EUCLIDES

TIJDSCHRIFT VOOR DE DIDACTIEK DER EXACTE VAKKEN
ONDER LEIDING VAN Dr H. MOOY EN Dr H. STREEFKERK,
Dr JOH. H. WANSINK VOOR WIMECOS EN J. WILLEMSE VOOR
LIWENAGEL

31e JAARGANG 1955/56

III

P. NOORDHOFF N.V. GRONINGEN

Euclides, Tijdschrift voor de Didactiek der Exacte Vakken verschijnt in zes tweemaandelijkse afleveringen. Prijs per jaargang *f* 8,00. Zij die tevens op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde (*f* 12,50) zijn ingetekend, betalen *f* 6,75.

De leden van Liwenagel (Leraren in wiskunde en natuurwetenschappen aan gymnasia en lycea) en van Wimecos (Vereniging van Leraren in de wiskunde, de mechanica en de cosmografie aan hogere burgerscholen en lycea) krijgen Euclides toegezonden als Officieel Orgaan van hun Verenigingen; de leden van Liwenagel storten de abonnementskosten ten bedrage van *f* 3,00 op de postgirorekening no. 87185 van de Penningmeester van de Groep Liwenagel te Arnhem. Adreswijzigingen van deze leden te melden aan: Dr P. G. J. Vredenduin, Bakenbergseweg 158 te Arnhem. De leden ván Wimecos storten hun contributie, die met ingang van 1 September 1953 gewijzigd is in *f* 6,— per jaar, op postrekening no. 143917 ten name van de Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam (hierin zijn de abonnementskosten op Euclides begrepen). De abonnementskosten op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde moeten op postgirorekening no. 806593, van de firma Noordhoff te Groningen voldaan worden onder bijvoeging, dat men lid is van Liwenagel of Wimecos. Deze bedragen *f* 10,— per jaar franco per post.

Boeken ter bespreking en ter aankondiging te zenden aan Dr H. Mooy, Churchilllaan 107III, Amsterdam, aan wie tevens **alle correspondentie** gericht moet worden.

Artikelen ter opneming te zenden aan Dr H. Streefkerk, Oranje Nassauplein 15, Zeist. Latere correspondentie hierover aan Dr H. Mooy.

Aan de schrijvers van artikelen worden op hun verzoek 25 afdrukken verstrekt, in het vel gedrukt.

INHOUD.

KORT VERSLAG VAN DE JAARLIJKSE ALGEMENE VERGADERING VAN WIMECOS OP 29 DECEMBER 1955.

In zijn openingswoord herdenkt de voorzitter dr. Joh. H. Wansink, de in het afgelopen verenigingsjaar overleden leden, in het bijzonder de eerste voorzitter van Wimecos, dr. P. G. Tiddens. Daarna spreekt hij over de contacten met buitenlandse wiskundeleraren. Van dit contact bleek reeds iets op de vergadering: de Belgische zustervereniging was door 3 afgevaardigden vertegenwoordigd.

Nadat de notulen van de buitengewone algemene vergadering van 26 februari en de jaarverslagen van secretaris en penningmeester, zijn goedgekeurd, wordt de penningmeester op voorstel van de kascommissie décharge verleend. Een nieuwe kascommissie, bestaande uit de heren dr. van der Neut en Koldijk, wordt aangewezen. Het verslag van de leesportefeuille wijst nog steeds een nadelig saldo aan. De heren Wansink en Tekelenburg worden als bestuurslid bij acclamatie herkozen.

Daarna wordt het bestuursvoorstel tot wijziging van de statuten, na enige discussie, aanvaard. Hierdoor staat de vereniging nu open voor de leraren in wiskunde, mechanica en cosmografie aan *alle* inrichtingen voor V.H.M.O.

Ook het bestuursvoorstel om de status van „Euclides" te wijzigen, zodat dit orgaan beter als verenigingsorgaan functioneren kan, wordt aangenomen. Dit heeft tot gevolg dat de contributie van *f* 6,— tot *f* 8,— per jaar verhoogd moet worden.

Nu krijgt prof. Loonstra het woord voor zijn voordracht over „Bourbaki"; deze zal in „Euclides" worden gepubliceerd.

In de middagvergadering wordt nog uitvoerig gediscussieerd over de toelichting op het ontwerp-leerplan.

Nadat de genodigden voor deze uitnodiging hebben bedankt, wordt de vergadering gesloten.

J. F. Hufferman

secretaris

WAT IS WAARHEID?

door

Dr. L. Crijns

Hier volgen enige aantekeningen en vragen bij 't artikel Afl. 1 54/55, blz. 1—43.

1. Op blz. 8, 23e regel v. boven, leest men: „En wat erger is, tal van redeneringen waarin deze begrippen optreden, en die overigens volkomen correct leken en gegrond op ogenschijnlijk evidente premissen, hebben aanleiding gegeven tot paradoxen en antinomieën." Vooral de woorden „leken" en „ogenschijnlijk" geven mij aanleiding tot 'n aanvulling van die uitspraak.

De al of niet opzettelijke miskenning van de meestentijds overbekende betekenis en bedoeling van de in de gewone taal gebruikte termen[1]) kan leiden zowel tot 't opstellen van geestigheden, farcen (niet altijd even onwelkom als verpozingen in 't daagse leven), als tot 't ontwerpen van paradoxen. Voorbeelden daarvan zijn te kust en te keur, b.v. 't Onmogelijke is mogelijk: men kan 6 congruente, platte voorwerpen zo op tafel leggen, dat men in elk van 2 richtingen (lijnen) *vier* daarvan telt. Daartoe legt men 4 voorw. in de hoekpunten van een kwadraat, 't 5e in 't middelpunt daarvan en 't 6e *op* 't 5e! Voorts: 12 mandarijntjes vormen een dozijn; hoeveel halve mandarijntjes gaan in 'n dozijn? 't Antwoord 24 wordt door de vraagsteller gewraakt. Van 't zelfde gehalte zijn de nog meer bekende rekenpuzzles: toon aan, dat de helft van 12 zeven is, van 9 vier of zes, enz.

2. De noot op blz. 12 kan ik alleen begrijpen, als ik mag aannemen, dat op regel 6 en 7 aldaar als gevolg van 'n drukfout S en S* verwisseld zijn. In die onderstelling komt er:

S ≡ Iedere volzin is h.cl.; S* ≡ De volzin „Ieder volzin is h.cl." Is nu S waar, dan is S* h.cl., dus zou S niet waar zijn; maar de ontkenning van S hoeft niet te luiden: iedere volzin is autocl., doch veeleer 't *ruimere:* niet iedere volzin is h.cl. Waar schuilt nu 't paradoxale?

---

[1]) De moeilijkheid van 't uitschrijven van 'n definitie voor vele begrippen sluit niet uit, dat de mensheid in de geest 'n klare, gemeenschappelijke voorstelling heeft van die begrippen.

3. Op blz. 17, 16e regel v. beneden, leest men: „We geven aan, welke objecten aan de meest eenvoudige volzinsfuncties voldoen; . . . . ." Met welk criterium gaat dat „aangeven" gepaard? Dat kan toch bezwaarlijk iets anders zijn dan 'n kenmerk van juistheid d.w.z. waarheid. Voorts is 't voor mij 'n mysterie, hoe 'n definitie van „voldoen aan" tot leven kan komen, zonder dat er 't begrip van waarheid — althans impliciet, zoals ook in 't vreemde, druk gebruikte werkwoord asserteren — mee gemoeid is. De twee laatste regels van die alinea worden m.i. beter bij schrapping van de woorden minstens en of.

4. Blz. 10, 9e regel v. beneden en volg.

Blijkens de definitie van „s" is deze letter de vervanging van de mystieke volzin op de mysterieuze blz. *gevolgd* door de 3 woorden: is niet waar. Door welk experiment kan nu 't „feit vastgesteld" worden, dat iets ondanks de toevoeging, resp. weglating van 3 woorden, nog wel van verdragende betekenis, onveranderd, want identiek, blijft?

't Kan toch niet de bedoeling zijn, dat de nietgenoemde volzin op de niet genoemde blz. moet luiden: De volzin op deze regel is niet waar. Want dat zou als „Leugenaar" 'n al te vergrijsde kennis zijn, en dan moest men toch, als men althans tot „s" wil komen, altijd nog de 3 woorden achter diezelfde 3 woorden plaatsen.

5. Zoals op blz. 31 gelezen wordt, impliceert de semantische definitie alleen, dat we met: sneeuw is wit ook moeten „asserteren": de volzin „sneeuw is wit" is waar. Ondanks ernstig pogen en goodwill kan ik geen wezenlijk verschil ontdekken met de op blz. 4 aangehaalde definitie van Aristoteles. Met „zeggen" bedoelt A. natuurlijk ons zeggen, schrijven en dus in eerste en laatste aanleg *denken*, waarvan zeggen, schrijven slechts uitingen zijn. En zo ben ik teruggekomen op niets meer (of *minder*) dan de thomistische uitspraak: veritas est conformitas rei cum intellectu.

ANTWOORD

door

Prof. Dr. E. W. BETH

In overleg met Prof. Tarski moge ik op de aantekeningen en vragen van Dr. Crijns met een enkel woord ingaan.

1. Er zijn in de wiskunde voorbeelden te over van woorden en begrippen, ontleend aan het dagelijks leven en waarvan de betekenis aanvankelijk volkomen duidelijk en onaanvechtbaar leek, maar die naderhand toch aanleiding tot moeilijkheden bleken te geven; men denke aan: *„rechte lijn"*, *„continu"*, *„verzameling"*. In het artikel van Prof. Tarski wordt erop gewezen, dat een soorgelijke situatie zich voordoet terzake van de zogenaamde *semantische* termen en begrippen.

2. De noot op blz. 12 bevat *geen* drukfout als door Dr. Crijns ondersteld. We nemen voor S de volzin:

Iedere volzin is heteroclytisch.

Dan wordt S*:

De volzin „Iedere volzin is heteroclytisch" is heteroclytisch.

(i) Onderstel dat S* waar is. Dan is, krachtens een gelijkwaardigheid van de vorm (T), de volzin:

Iedere volzin is heteroclytisch

(dat is S) heteroclytisch. Maar S werd heteroclytisch *genoemd*, dan en dan alleen, als S* onwaar was. Dus is S* onwaar.

(ij) Onderstel, dat S* onwaar is. Dan is, krachtens bovenbedoelde gelijkwaardigheid van de vorm (T), de volzin S niet heteroclytisch, dus autoclytisch. En dat betekent, dat S* waar is.

3. Deze vraag kan alleen beantwoord worden door verwijzing naar Tarski [2], waar het bedoelde criterium daadwerkelijk wordt opgesteld. — Ik merk op, dat een dergelijk rechtstreeks criterium *alleen* voor de *meest eenvoudige* volzinsfuncties nodig is.

4. Door een drukfout zijn op blzz. 10, regels 22, 29, 32 en 35, telkens drie puntjes in plaats van het cijfer „10" komen te staan. Welke paradox bedoeld is, blijkt voldoende uit het opschrift van de

betreffende paragraaf. De eerste en definitieve oplossing van deze inderdaad vergrijsde paradox is gegeven in Tarski [2].

5. Volgens blz. 4 is het Tarski's bedoeling, een nauwkeuriger formulering te geven van de intuïties, die vastzitten aan het klassieke aristotelische waarheidsbegrip. Het „wezenlijke verschil", dat Dr. Crijns niet heeft kunnen ontdekken, is dus ook in het geheel niet geïntendeerd. Wel heeft Tarski de noodzaak van een nauwkeuriger definitie, dan door Aristoteles en lateren gegeven, klemmend aangetoond en zulk een definitie in Tarski [2] daadwerkelijk opgesteld.

IDENTITEIT EN GELIJKHEID IN DE ALGEBRA

door

Dr. H. A. C. Roem

Indien beide leden van een algebraïsche vergelijking voor alle waarden, die men aan de letters toekent, gelijke getallenwaarde krijgen, dan spreekt men wel van een identiteit; en in dit geval verbindt men de beide leden ook wel door het $\equiv$ teken in plaats van door het $=$ teken. Dit sluit in, dat overal waar een herleiding van algebraïsche vormen wordt uitgevoerd, van een identiteit zou moeten worden gesproken en dat het gelijkteken door het identiteitsteken zou moeten worden vervangen of althans de functie van het identiteitsteken zou bezitten. Vb.: $x(x-3) \equiv x^2-3x$.

De vraag die ik nu stel is deze: is het uit een oogpunt van fundamentele logische bezinning verhelderend en zinvol, om daar waar een herleiding van algebraïsche formen wordt uitgevoerd, te spreken van een identiteit? Ik meen deze vraag ontkennend te moeten beantwoorden en wel op grond van de volgende overwegingen.

Streng logisch gezien dient onder een identiteit te worden verstaan: een volkomen gelijkheid van iets met zichzelf, of van iets met iets anders [1]). Een identiteit is dus of een volkomen gelijkheid van een, hoe dan ook samengestelde, verzameling met zichzelf of van een verzameling met een andere verzameling[2]).

De identiteit van een verzameling met zichzelf kan worden geformuleerd als $A \equiv A$, hierin wordt gezegd: dat A is en niets anders is dan A. Het $\equiv$ teken is hier een herhalingsteken, de zijnsponering „A is" wordt herhaald. De zin van deze herhaling is, uitdrukkelijk uit te spreken: dat, dat wat A is, A is en niets anders is.

De andere vorm van identiteit, die van twee afzonderlijke maar onderling volkomen gelijke verzamelingen kan worden geformuleerd als $A_1 \equiv A_2$; hiermee wordt gezegd: dat A_1 en A_2 vergelijkend op

[1]) In deze definitie wordt afgezien van het verschil in plaats en tijd, immers naar plaats of tijd verschillen, overigens in alle opzichten, gelijke ietsen steeds, anders kan van een onderlinge vergelijking geen sprake zijn.

[2]) Onder een verzameling versta ik hier: een, hoe dan ook samengestelde, groep ietsen.

elkaar kunnen worden betrokken en wel in die zin dat ze aan elkaar kunnen worden gelijkgesteld. Het $\equiv$ teken is hier geen herhalingsteken maar een gelijkstellend betrekkingsteken (gelijkstellingsteken) We zullen deze tekens respectievelijk onderscheiden als $\equiv_1$ en $\equiv_2$.

Het $\equiv$ teken heeft dus een andere betekenis al naar gelang de aard van de identiteit welke het aanduidt, we kunnen ook zeggen, schept. In de vorm $x(x-3) \equiv x(x-3)$ heeft het $\equiv$ teken of de functie van het $\equiv_1$ teken of van het $\equiv_2$ teken; welke van de beide mogelijkheden zich hier voordoet, is op het eerste gezicht niet uit te maken, we dienen daartoe de bedoeling van de tekengever te kennen.

Wat is nu de aard van de gelijkheid, die wordt uitgedrukt in het $=$ teken in de vorm $x(x-3)=x^2-3x$? Van een $\equiv_1$ functie is hier geen sprake, het $=$ teken is hier geen herhalingsteken. Is er dan sprake van een $\equiv_2$ functie?; neen ook dat is niet het geval, want de beide leden van deze algebraische vorm zijn niet volkomen aan elkaar gelijk. Het verschil is duidelijk zichtbaar (zowel visueel als logisch). Zouden beide leden van genoemde algebraïsche vorm wel volkomen aan elkaar gelijk zijn, dan zou het herleiden van algebraïsche vormen een zinloos bedrijf zijn, het zou in dat geval neerkomen op het opstellen van tautologieën (in dat geval zou het $=$ teken de $\equiv_1$ functie bezitten en niet de $\equiv_2$ functie!). [1])

De vorm $x(x-3)=x^2-3x$ is dan ook geen identiteit en het $\equiv$ teken mag m.i. om principiële redenen niet worden gebruikt. De betekenis van het $=$ teken in de vorm $x(x-3)=x^2-3x$ is: de in het eerste lid gegeven vorm kan men ook zo . . . schrijven. Het $=$ teken is hier een transscriptie- of transformatieteken (dus noch een herhalingsteken, noch een gelijkstellingsteken), we zouden kunnen spreken van een ontwikkelingsteken.

Deze ontwikkeling heeft wiskundige en dus logische waarde. We kunnen deze waarde aldus omschrijven: in de algebraïsche transscriptie (herleiding) wordt steeds op een andere manier hetzelfde gezegd. Wie echter hetzelfde op een andere manier zegt, zegt niet hetzelfde; d.w.z. dit laatste blijkt in de algebra het geval te zijn.[2])

Wat is nu het wezen van deze zo paradoxaal aandoende transformatie? Antwoord: eenzelfde wiskundige „inhoud" wordt in een

---

[1]) Wil dit zeggen dat een identiteit hetzelfde is als een tautologie? Ja, waar het gaat om een volzin of volzinsfunctie waarin een $\equiv_1$ teken (eventueel in woorden uitgedrukt) functioneert, neen, wanneer daarin een $\equiv_2$ teken functioneert. N.B. de zgn. copula heeft noch een $\equiv_1$ functie, noch een $\equiv_2$ functie!

[2]) Of dit ook geldt voor verbale omzettingen is een probleem dat ik hier buiten beschouwing wil laten. Beide problemen hangen in zoverre samen dat het hier in beide gevallen een syntactisch-semantische aangelegenheid betreft.

andere „vorm" ondergebracht. Vraag: heeft deze vormverandering dan geen wiskundige waarde? Antwoord: deze verandering heeft geen semantische maar wel een syntactische waarde.[1] De leden aan weerszijden van het = teken hebben hetzelfde wiskundige „gewicht", ze bezitten echter een verschillende wiskundige „structuur". De kwestie van het „gewicht" is een semantische, die van de „structuur" een syntactische aangelegenheid. Vraag: heeft dit structurele verschil dan geen enkel semantisch aspect? Antwoord: zeer zeker nl. een immanent-semantisch aspect, in tegenstelling tot het verschil in „gewicht" hetwelk transcendent-semantisch van aard is.[2] We moeten dus de hierboven gedane uitspraak omtrent „gewicht" en „structuur" aldus corrigeren en herformuleren: de kwestie van het „gewicht" is een transcendent-semantische, de kwestie van de „structuur" is een immanent-semantische aangelegenheid.

Het merkwaardige phenomeen doet zich voor, dat deze beide semantische functies een zekere speelruimte t.o.z. van elkaar vertonen. Deze speelruimte maakt de transformatie mogelijk. Deze speelruimte is beperkt, omdat een immanent-semantische verandering nooit een transcendent-semantische ten gevolge mag hebben.

Het merkwaardige van het = teken, in het kader van een algebraïsche herleiding, is dus, dat het slechts een verandering in de immanent-semantische waarde symboliseert. We begrijpen nu beter de zin van de hierboven gebezigde uitspraken: hetzelfde wordt op andere wijze gezegd; wie echter hetzelfde op andere wijze zegt, zegt niet hetzelfde. De waarde van het = teken in de vorm $x(x-3) = x^2-3x$ is dus, dat het een ontwikkelingsteken is, het teken dus van een immanent-semantische ontwikkeling. Deze vorm is dan ook streng logisch gezien geen identiteit, maar een niet-identieke gelijkheid of zoals ik het zou willen noemen isoïdie.[3]

Nadat de in het begin van dit artikel gestelde vraag nu is beantwoord, stel ik daarop aansluitend de volgende vraag. Wat is nu de

---

[1]) Waarbij we bij de begrippen syntactisch en semantisch uitgaan van de volgende omschrijvingen: „Syntax deals with relations between signs only and therefore concerns structural properties of the object language"; „semantics refers to both signs and objects; in particular it therefore includes statements concerning the truth-value of propositions, since truth is a relation between signs and objects", H. Reichenbach, Elements of symbolic logic, 1948, p. 15.

[2]) Het transcendent-semantische aspect van een algebraïsche vorm betreft de waarde en soorten operaties waaruit de vorm is opgebouwd (gehalte aspect). Het immanent-semantische aspect betreft de groepering van die waarden en operaties (gestalte aspect). De door mij gebezigde termen geef ik overigens gaarne voor beter.

[3]) Zulk een gelijkheid mogen we noch een volkomen (totale), noch een onvol-

waarde van het = teken in een niet-identieke vergelijking (in de zin van het algebraïsche spraakgebruik)?[1]) Antwoord: dezelfde als in een niet-identieke gelijkheid of isoïdie (welke in het spraakgebruik van de algebra dan wel identiteit wordt genoemd).

De aard van = teken, zowel bij de herleiding van algebraïsche vormen (waarbij het dus m.i. niet door het ≡ teken mag worden vervangen), als bij het opstellen en ontwikkelen van niet-identieke (en niet valse) vergelijkingen, is, dat het een ontwikkelingsteken is (de er door aangeduide relatie is symmetrisch). [2]) [3])

---

komen (partiële) gelijkheid noemen. De niet-identieke gelijkheid of isoïdie is geen logische subvorm (of eventueel tegenvorm) van de identiteit (in de door mij gedefinieerde zin), maar is een gelijkheid sui generis. Ik onderscheid dus tussen: identiteit (totale gelijkheid), overeenkomst (partiële gelijkheid) en isoïdie (niet-identieke gelijkheid). De begrippen identiteit en identieke vergelijking, zoals ze in de algebra worden gehanteerd, zijn m.i. streng logisch gezien onbruikbaar, bovendien verduisteren ze het phenomeen van de isoïde gelijkheid. De door mij gegeven begripsmatige onderscheidingen doen overigens algebraïsch en zeker in het kader van de school-algebra weinig of niets ter zake. Mijn vraagstelling is echter of ze vanuit fundamenteel logisch standpunt gezien misschien wel ter zake doen en of de gangbare algebraïsche onderscheidingen zo gezien misschien niet ter zake doen.

[1]) Dat in dit geval ook wel het $\doteq$ teken wordt gebruikt laat ik verder buiten beschouwing en wel om de volgende reden: het $\doteq$ teken bedoelt aan te geven, dat de gegeven vergelijking in een gelijkheid overgaat als de wortels gevonden zijn en deze dus in principe te vinden zijn. Het gaat mij echter in dit artikel steeds om het probleem van de gelijkheid, ik ga er daarbij dus steeds van uit te doen te hebben met niet-valse vergelijkingen. Het $\doteq$ teken heeft eventueel hoogstens een didactische waarde.

[2]) Ik heb mij veel moeite getroost om te trachten een verbinding (hetzij synthetisch, hetzij antithetisch) tot stand te brengen tussen dit artikel en dat van P. G. J. Vredenduin over het gelijkteken (Euclides, 28ste Jrg., VI), het is mij echter niet mogen gelukken dit op bevredigende wijze te doen. De opbouw van beide artikelen is begripsmatig en definitorisch zo verschillend, dat ik uit de onderlinge vergelijking meer verwarring dan verheldering zag resulteren. Ik meen er dan ook beter aan te doen mijn beschouwingen voorlopig op zichzelf te laten staan.

[3]) Tenslotte willen we nog opmerken dat de manier waarop A. Tarski in zijn „Inleiding tot de logica" (1953, pp. 58 t/m 72) de kwestie van de identiteit en de gelijkheid behandelt inzoverre onbevredigend is, dat hij met zijn onderscheiding van „getal" en „naam voor getal" niet indringt in de door ons aan de orde gestelde problematiek, maar juist het probleem loslaat waar wij het laten beginnen.

DE MOTIVERING IN HET RAPPORT VAN DE LEERPLAN-COMMISSIE-1954 VAN WIMECOS.

door
P. M. VAN HIELE.

Het stelt mij teleur, dat bij de critiek op het voorgestelde leerplan en bij de verdediging daarvan zo weinig aandacht is besteed aan de motivering van dit leerplan. Men kan het zeker betreuren, dat het nog niet mogelijk is daarin meer pedagogische en didactische elementen te brengen, waardoor de motivering op een meer fundamentele basis zou komen te staan, maar dat neemt niet weg, dat de motivering toch wel enkele van die elementen bevat en dat zelfs dit weinige het ontwerp sterk doet staan t.o.v. sommige critiek. Dit geldt in het bijzonder, wanneer deze critiek de omvang van het voorgestelde programma betreft. Voor deze omvang hebben bepaalde criteria gegolden, waarmee men het in het algemeen wel eens zal zijn en voor zover dit niet het geval is, zou de discussie aan duidelijkheid winnen, indien dan de beoordeling van de juistheid der criteria in de eerste plaats aan de orde gesteld zou worden. Er is nog een tweede reden, waarom ik een dergelijke behandelingswijze zou toejuichen en dat is, dat ik de betekenis van de geest, waaruit dit leerplan is voortgesproten belangrijker acht dan de feitelijke inhoud er van en deze geest is in de motivering alleen goed terug te vinden. Wil het leerplan werkelijk verbetering van het onderwijs ten gevolge hebben, dan zal men naar de geest en niet naar de letter er van moeten gaan handelen.

De omvang van het voorgestelde programma.

Laat ik beginnen met te zeggen, dat ik het met de omvang van de voorgestelde onderwerpen vrijwel eens ben, maar dat het programma in totaal mij overladen lijkt. Voor die totale omvang geldt ook een geheel ander criterium dan voor de onderdelen: de totale leerstof moet behandeld en begrepen kunnen worden in de daarvoor beschikbaar gestelde uren. Het komt mij voor, dat sommige commissieleden ook wel enigszins vrezen voor overlading, maar het moeilijk vonden correcties aan te brengen op de vastgestelde onderwerpen, waarvan de omvang van elk voor zich toch zo goed gemotiveerd is. Wanneer de heer Korff een lans breekt voor de

ontbinding van ax^2+bx+c ($a \neq 1$) anders dan door middel van de nulwaarden van deze functie, dan dienen wij de betekenis van deze ontbinding te bepalen door te letten op de doelstellingen van het algebra-onderwijs. De behandeling van dit probleem kan zinvol zijn

a. doordat door middel van dit vraagstuk de leerlingen inzicht verwerven in gevolgde methoden en technische vaardigheid in het gebruik daarvan.

b. doordat het vraagstuk weliswaar zelfstandig weinig betekenis heeft, maar een onmisbare hoeksteen vormt in een veld van samenhangende begrippen.

c. doordat het een onmisbaar technisch hulpmiddel vormt bij de behandeling van voortgezette wiskunde of andere verwante vakken.

Ik kan niet inzien, dat het bovengenoemde vraagstuk aan het onder *a* genoemde criterium voldoet. De leerlingen leren het kunstje ten slotte mechanisch uitvoeren (op een heel enkele uitzondering na) en de waarde voor het inzicht lijkt mij eerder negatief dan positief.

Het vraagstuk staat volkomen op zich zelf en voldoet dus ook niet aan criterium *b.*

De ontbinding van ax^2+bx+c op de manier van de eerste klas komt later vrijwel nooit te pas, omdat anders dan in speciaal daarvoor geprepareerde opgaven vrijwel steeds irrationale nulwaarden optreden, waarbij deze methode dus faalt.

De behandeling van het vraagstuk is dus gezien de door de commissie gegeven doelstellingen niet zinvol.

Misschien is er een mogelijkheid, dat de leerlingen voor het door de heer Korff gestelde probleem van het bepalen van de nulwaarden van $x^2-x\sqrt{7}+\sqrt{3}$ komen te staan. Zij vinden dan als uitkomst: $\frac{1}{2}(2{,}646 \pm 0{,}268)$. Met behulp van de logarithmentafel en eventueel de worteltabel gaat de herleiding zeer voorspoedig en het gevonden antwoord is in de toepassing meestal veel handelbaarder dan het door de heer Korff voorgestane van $\frac{1}{2}\sqrt{7} \pm (1-\frac{1}{2}\sqrt{3})$. Tot rubriek *c* behoort de opgaaf dus niet. Ik zie ook geen kans het vraagstuk in de rubrieken *a* of *b* onder te brengen.

Maar genoeg: Het was niet mijn bedoeling te onderzoeken of de heer Korff al of niet gelijk heeft, ik wilde slechts aantonen, dat over vragen, of bepaalde leerstof al of niet gewenst is, soms beslist kan worden door te letten op de doelstellingen. Dat men daar niet altijd mee uitkomt, leert de critiek van Dr. Streefkerk, bv. die, waarbij het gaat om delingen, zoals $(x^6-1):(x^2-x+1)$. Hij acht zulke delingen geschikt om het accuraat werken te beoefenen. Volgens deze argumentatie zijn soortgelijke vraagstukken geen doel, maar didactisch hulpmiddel. De vraag, of men dergelijke opgaven moet

behandelen, kan dus alleen opgelost worden, als men het er over eens geworden is, *hoe* de leerstof behandeld moet worden. Overigens kan men toch nog opmerken, dat waar de opgaaf op zichzelf geen betekenis heeft, de behandeling ervan niet in het leerplan dient te worden opgenomen. Delingen van deze aard behoeven niet behandeld te worden, de leraar moet zelf weten, of hij er gebruik van wil maken om het accuraat werken te bevorderen. Het spijt mij zeer, dat Dr. Wansink in zijn antwoord gemeend heeft de omvang van het programma niet meer discutabel te moeten stellen op grond van het feit, dat Wimecos, Liwenagel en de Wiskunde-werkgroep van de W.V.O. zich met het ontwerp accoord verklaard hebben. Ik zou er voor voelen, ook al lijkt het onder de huidige omstandigheden wat op grootspraak, de zaak zoveel mogelijk wetenschappelijk aan te pakken, en in de wetenschap wordt niet beslist bij meerderheid van stemmen en is een heropening van het onderzoek naar de grondslagen steeds geoorloofd.

Het tijdstip van behandeling van de leerstof.

Bij de motivering van de omvang van de leerstof verwijst ook de Commissie veelvuldig naar de als uitgangspunt gekozen criteria. Dit is echter geenszins het geval als zij tracht het indelen van de leerstof in de verschillende jaren te motiveren. Voor de wenselijkheid van een dergelijke indeling geeft zij het zeer sterke motief, dat zonder zo'n indeling grote moeilijkheden zouden ontstaan bij overgang van leerlingen van de ene school naar de andere. Maar over de wijze, hoe de door haar voorgestelde indeling tot stand is gekomen, tasten wij volledig in het duister. In sommige gevallen suggereert de aangegeven volgorde een bepaalde behandelings*wijze*. De Commissie kan in haar toelichting wel zeggen, dat zij de leraar in dat opzicht een zo groot mogelijke vrijheid wil laten, maar zij heeft blijkbaar niet beseft, dat de door haar gegeven indeling deze vrijheid in vele gevallen illusoir doet zijn. Wanneer bijvoorbeeld de Commissie onder de leerstof van klasse 3 vermeldt: Regelmatige veelhoeken: definitie; existentie van om- en ingeschreven cirkel; dan neemt zij door deze opsomming indirect stelling tegen de opvatting, dat men de regelmatige veelhoek ook in de eerste klas kan behandelen uitgaande van een in n gelijke delen verdeelde omtrek van een cirkel, waarbij uit het feit, dat de n deelpunten een middelpunt van de n-de orde bezitten, alle eigenschappen vanzelf volgen. Dat wil zeggen, dat de Commissie wel verontschuldigd is voor het feit, dat zij geen motieven kan aanvoeren voor de indeling over de verschillende leerjaren, maar dat zij door deze indeling toch te maken, meer op zich

genomen heeft dan zij verantwoorden kan. Tegenover de ondervinding van Dr. Streefkerk, dat de behandeling van lineaire functies en ongelijkheden in klas 2 en van kwadratische functies en ongelijkheden in klas 3 niet goed mogelijk is, weet Dr .Wansink niets anders in te brengen dan dat er in de lagere klassen tijd genoeg voor is en dat de vergadering van 26 februari een voorstel tot uitstel van deze leerstof heeft verworpen. Het is toch wel duidelijk, dat het feit, dat er in de lagere klassen *tijd* beschikbaar is, niet kan beslissen over de vraag of de bedoelde onderwerpen *geschikt* zijn om in die klassen te behandelen, terwijl de mededeling, dat in een zekere groep van leraren een meerderheid te vinden was, die meende dat de behandeling wel mogelijk is, als argument helemaal niet voldoet.

Bij de statistiek neemt de Commissie juist een omgekeerd standpunt in. Daar wil zij de behandeling uitstellen tot de twee laatste schooljaren, met als enig motief, dat men dan een samenhangende cursus krijgt, terwijl bv. Brookes in zijn Notes on the Teaching of Statistics in Schools op zeer aannemelijke wijze betoogt, dat men met de inleiding liever moet beginnen, als de kinderen 13 of 14 jaar zijn. Hier wordt ons weer door de klasse-indeling een wijze van behandeling opgedrongen, in dit geval in de vorm van een samenhangende cursus. De wenselijkheid daarvan is door de Commissie niet in discussie gebracht, hetgeen ook moeilijk gekund zou hebben, omdat hier te lande nog geen ervaringen over middelbaar onderwijs in de statistiek bestaan, anders dan die welke de door Dr. Bunt geleide samenhangende cursus betreffen. Maar dit feit had de Commissie bij het nemen van een beslissing juist tot uiterste voorzichtigheid moeten manen.

De wijze, waarop de leerstof behandeld moet worden.

De Commissie heeft, zeer verstandig, gemeend de leraren niet al te sterk didactisch te moeten binden. Toch is dit op vele punten gebeurd: de Commissie heeft, misschien zonder dit te willen, door de omschrijving en de indeling van de leerstof bepaalde behandelingswijzen in een voordeliger positie geplaatst.

De heer Wijdenes heeft er bijvoorbeeld in een artikel op gewezen, hoe de Monge-projectie, die in het ontwerp vrijwel weggewerkt is, een prachtig hulpmiddel is bij de stereometrie om ware grootten van hoeken en lijnstukken te vinden en ook om betrekkingen tussen hoeken en lijnstukken op te sporen. Met deze zienswijze kan ik het zeer eens zijn: Laat de kinderen op het eindexamen zelf bij een gegeven opgaaf de geschikte projectievlakken opstellen, leer hen de Monge-projectie als hulpmiddel te hanteren. Maar maak het hun

niet moeilijker door ware lengten te laten opsporen in figuren, die in scheve parallelprojectie getekend zijn. De heer Wijdenes heeft redenen om aan te nemen, dat de klinografische projectie zich beter leent tot het tekenen van veelvlakken dan de scheve parallelprojectie, toch heeft de Commissie zonder argumenten ten gunste van de laatste beslist. Zolang deze argumenten ontbreken is het wijzer de keuze en de verklaring van de projectiemethode over te laten aan de leraar. In zijn toelichting: De leerlingen moeten van prisma's en piramiden de scheve projectie kunnen construeren, *als van deze lichamen de orthogonale projectie op het grondvlak en de hoogte gegeven zijn, benevens de richting van de projecterende lijnen. Deze richting kan gegeven worden met behulp van een projectiedriehoek of met behulp van de projectie op het horizontale vlak en de hoek met het horizontale vlak,* heeft de Commissie een bepaald didactisch standpunt ingenomen, een omstandigheid, die in strijd is met haar hierboven gegeven toezegging.

De Commissie beveelt aan in de inleidende cursus van de meetkunde te behandelen: tekeningen en berekeningen; evenwijdigheid van lijnen; eigenschappen van driehoeken; congruentie. Het is mij bekend, dat vele voorstanders van een inleidende cursus daarmee iets anders beogen dan een begin, waarin het toegestaan is het met de exactheid niet al te nauw te nemen. Zij onderscheiden in de werkwijze van de mathematicus, die zich een bepaald terrein van onderzoek heeft gekozen drie stadia:

In het eerste stadium analyseert de mathematicus de begrippen, die op het terrein van onderzoek met elkaar in relatie treden, hij onderzoekt de relaties en maakt uit welke noties van de optredende begrippen noodzakelijk zijn voor het bestaan van de relaties.

In het tweede stadium gaat hij het terrein van onderzoek mathematiseren: hij definieert de verschillende begrippen, d.w.z. hij maakt ze zo arm aan noties, dat ze aan mathematische wetten kunnen voldoen, hij onderzoekt de afhankelijkheid van de relaties, hij tracht ze zo te ordenen, dat er een logisch systeem ontstaat.

In het derde stadium gaat de mathematicus de problemen opsporen, die zich in het veld van onderzoek kunnen voordoen, hij tracht deze doeltreffend te liquideren door voor elk probleem een volledige oplossing te vinden.

De hierboven bedoelde voorstanders van een inleidende cursus achten de overdracht van de werkwijze van het eerste stadium vooral belangrijk. Zij menen dus, dat inzicht in een bepaald veld van onderzoek niet wordt verkregen door direct over te gaan tot het mededelen van de resultaten uit het tweede stadium, maar dat de

leerlingen aan de hand van zorgvuldig gekozen materiaal op hun niveau de begripsanalyse eerst moeten doormaken. Daarbij steunen zij voornamelijk op eigen ervaringen, bijvoorbeeld met vakken als mechanica en andere onderdelen uit de theoretische natuurkunde, waarbij hun de mededeling van het wiskundige veld vrijwel geen enkele bijdrage tot het beter begrijpen van het natuurkundige heeft opgeleverd. In de meetkunde nu heeft men een zeer goede gelegenheid deze wiskundige werkwijze te leren kennen. De begripsanalyse en het vaststellen van de relaties tussen de begrippen levert alleen al belangrijke praktische resultaten op. Het omzetten van de relaties in een mathematisch veld leert de werkwijze van de wiskundige uitstekend kennen.

Het derde stadium: de probleemliquidatie behoeft in de meetkunde de aandacht van de beide andere niet af te leiden, omdat de problemen, die in verband met de doelstellingen van het meetkundeonderwijs van belang zijn, meestal zeer eenvoudig blijven.

In verband met het bovenstaande zijn er ook leraren, die ongerust zijn over de wijze, waarop het vak statistiek in een nieuw leerplan zou kunnen optreden. Zij juichen de intrede van het vak statistiek toe als een voorbeeld van toegepaste wiskunde, maar zij vrezen, dat de behandeling in de schoolpraktijk wel eens helemaal niet aan het doel zou kunnen beantwoorden. Bij de behandeling van de statistiek zal immers, als zijnde toegepaste wiskunde, het accent heel sterk moeten vallen op het eerste stadium. Zou, evenals dit in de schoolmechanica het geval is, het onderwijs neerkomen voornamelijk op een mededeling van het wiskundige apparaat, dan doet men beter het vak nooit in te voeren. Het gevaar is daarom zo groot, omdat het vak statistiek nog zo jong is, dat er nog geen sprake kan zijn van een verantwoorde didactiek, noch bij het middelbaar onderwijs, noch bij het hoger onderwijs. Mocht dus het vak statistiek werkelijk bij het V.H.M.O. ingevoerd worden, dan zou het aanbeveling verdienen in tegenstelling met de voorstellen van Wimecos de examenregeling zo te treffen, dat aan de wijze van behandeling van de statistiek de grootst mogelijke vrijheid wordt toegestaan.

Ik wil eindigen met mijn excuses te maken voor het feit, dat ik met het bovenstaande de indruk zou kunnen wekken, dat ik boordevol critiek zit ten opzichte van het ontwerp leerplan van Wimecos. Ik wil hier nogmaals uitspreken, dat ik het ontwerp een grote stap vooruit acht en dat ik hoop, dat het in grote trekken ingevoerd zal worden. Het is echter noodzakelijk ook te wijzen op de grote gevaren, die in het ontwerp schuilen; gevaren, die alleen bezworen kunnen worden door de discussie over alle punten open te houden.

TWEE LIJNEN, DIE DOOR EEN DERDE LIJN WORDEN GESNEDEN.

door

C. J. ALDERS

In de mij bekende leerboeken voor het V.H.M.O. wordt het bovengenoemde onderwerp ongeveer op de volgende manier behandeld.

Men verwijst naar fig. 1, en geeft dan de benamingen overeenkomstige hoeken, verwisselende binnenhoeken enz.

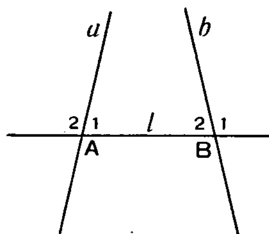


Fig. 1

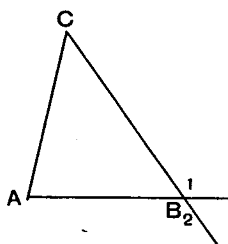


Fig. 2

Deze namen worden gedefinieerd (of eigenlijk alleen maar opgegeven) voor een willekeurige stand van de lijnen *a* en *b*. De consekwentie hiervan is, dat men in fig. 2 de buitenhoek B_1 en $\angle A$ overeenkomstige hoeken moet noemen; de buitenhoek B_2 en $\angle A$ zijn verwisselende binnenhoeken. Voor zover mij bekend doet niemand dit, en terecht!

Het merkwaardige is, dat fig. 1 nooit meer terug komt, en dat de namen van de bijbehorende hoeken alleen gebruikt worden, als de lijnen *a* en *b* evenwijdig zijn. Het is dus eenvoudiger om fig. 1 alleen te geven voor het geval dat $a//b$, en ook de namen van de hoeken.

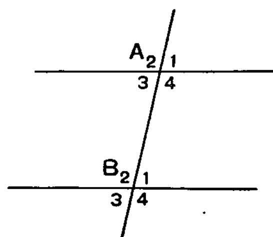


Fig. 3

We zeggen dus: als $a//b$ in fig. 3, dan heten $\angle A_1$ en $\angle B_1$ overeenkomstige hoeken; $\angle A_2$ en $\angle B_2$ ook enz.

We noemen $\angle A_3$ en $\angle B_1$ verwisselende binnenhoeken; $\angle A_4$

en $\angle B_1$ niet-verwisselende binnenhoeken (waarom die voor kinderen onbegrijpelijke en lange naam: binnenhoeken aan dezelfde kant van de snijlijn?)

Over buitenhoeken (al dan niet verwisselend) hoeft men niet te spreken omdat die nooit verder gebruikt worden; het leren van die namen heeft dus geen zin. — Deze behandelingswijze heeft nog het voordeel, dat de formulering van de bijbehorende eigenschappen veel eenvoudiger wordt; in plaats van de zin: „als twee evenwijdige lijnen door een derde lijn worden gesneden zijn twee overeenkomstige hoeken gelijk" komt er nu: „overeenkomstige hoeken zijn gelijk". Men kan zich bij dit onderwerp zonder bezwaar beperken tot deze eigenschap en de volgende twee: „verwisselende binnenhoeken zijn gelijk", en „de som van twee niet-verwisselende binnenhoeken is 180°".

De eigenschap, dat twee overeenkomstige hoeken gelijk zijn, is intuïtief direct duidelijk, en behoort m.i. in een inleidende cursus zo gesteld te worden; elke leraar kan dit met enkele woorden ook voor de meest achterlijke leerling plausibel maken. In een logisch-deductieve cursus moet de eigenschap als axioma aanvaard worden; het „bewijs", dat soms gegeven wordt met het doorknippen van de figuur heeft met een exacte redenering niets uit te staan, en is niet veel anders dan het intrappen van een open deur. — Op deze manier besproken doet men dit onderwerp met de bijbehorende vraagstukken in een enkel les-uur; het is voor alle leerlingen eenvoudig, en voor de leraar niet zo vervelend als de gebruikelijke methode. — De omkeringen van de stellingen bieden schijnbaar een moeilijkheid. Men kan immers niet zeggen: „als twee lijnen door een derde lijn zodanig gesneden worden dat twee overeenkomstige hoeken gelijk zijn, dan zijn de lijnen evenwijdig", omdat de naam overeenkomstige hoeken de evenwijdigheid vooropstelt. Dit bezwaar kan men ondervangen door de stelling zo te formuleren: „als twee lijnen gelijke hoeken maken met een derde lijn, dan zijn zij evenwijdig". In fig. 3 dus: als $\angle A_1 = \angle B_1$, dan is $a // b$. Men kan ook $\angle A_3 = \angle B_1$ nemen; dat zit ook in de stelling opgenomen, en men is dan de aparte stelling „als twee lijnen door een derde lijn zodanig worden gesneden dat twee verwisselende binnenhoeken gelijk zijn, dan zijn de lijnen evnwijdig," ook meteen kwijt. Overigens behoeft men deze stelling niet in de eerste maanden te geven, hij (of zij) wordt pas gebruikt bij het parallelogram.

Ik heb deze manier nu twee jaren in twee eerste klassen geprobeerd, en ik heb er alle plezier van gehad; de leerlingen in elk geval minder narigheid.

ENIGE OPMERKINGEN OVER HET RAPPORT VAN DE LEERPLAN-COMMISSIE 1954.

door

P. WIJDENES

§1. Zie Euclides 30e jg. 1954/55, nr. IV, blz. 149—176.

Blz. 157 onder c. *Driehoeksmeting.*

Er wordt voorgesteld driehoeksmeting te beoefenen in de 2de en 3de klas en de goniometrie (met willekeurige hoeken) in de bovenbouw. Op het eindexamen geen driehoeksmeting meer, want het is een onderdeel van de planimetrie; zo staat het op blz. 158, regel 11 en 12.

Wat niet meer gevraagd wordt op het eindexamen, daar wordt niets of terloops een schijntje aan gedaan.

In de bovenbouw functies en grafieken. Zie blz. 173 onder 1; onder 2 en 3 wat men *niet* zal doen; het hele programma, dat men wel zal doen, beslaat 2 regels en nog 2 woorden! (Blz. 173, regel 16 en 17.) 't Munt uit door „soberheid", maar is onvoldoende om enig houvast te krijgen.

Ook voor de onderbouw: het is gewoonte enige bladzijden op te nemen in de vlakke meetkunde om daarna (bij het merendeel) er verder geen gebruik van te maken.

Wat de *„toegepaste driehoeksmeting"* betreft, die aan het eind genoemd wordt, wel, dan krijgen we weer terug, wat wijlen Prof. Tienstra in het tijdschrift *Christiaan Huygens* Jg. XV, blz. 245 opmerkte: „Gun mij, waarde lezer, het genoegen hier de hardnekkige pogingen te mogen signaleren van de schrijvers van schoolboeken om leerlingen te suggereren, dat de landmeetkundige bedrijvigheid zich concentreert rondom bezigheden als het meten van de hoogte van een toren of bestaat in de bevrediging van een steeds weer optredende, zij het goedmoedige, nieuwsgierigheid naar de afstand van twee punten aan de overzijde van een rivier gelegen, waarbij dan de landmeter een zekere onnozelheid in de schoenen wordt geschoven voor wat betreft zijn volslagen machteloosheid om aan de overkant te komen. Dit is trigonometrie in de stijl van „Morgenster, Daedwerkelijke Meetkonst" uit de tijd van het astrolabium en de meetketting."

Ik ben er niet gerust op, dat we die stofnesten niet weer terugkrijgen. A.u.b. ook geen „Snellius" meer.

Op blz. 158 *Beschrijvende meetkunde.*

Monge heeft het misdaan; toch niet de schuld van de beste van alle methoden, dat het jarenlang examineren een caricatuur van zijn mooie werk heeft gemaakt?

„*Enerzijds is het vak ontaard in een tijdrovende techniek, anderzijds betekent de traditionele Monge-projectie een ongewenste beperking.*" Men zou zeggen: leid het vak in normale banen. „Neen", zegt de commissie, „vervangen door *de scheve projectie en de toepassingen beperken tot prisma's en pyramiden.*" Kijk, er zijn 5 methoden voor de zg. stereometrische figuren: *centrale projectie,* voor de school volstrekt onmogelijk; *perspectief,* goed voor de bouwkunde, maar veel te veel werk en theorie en andere bezwaren om als schoolvak op te nemen; *scheve projectie* met misvormde figuren, zoals niemand ze ooit ziet; deze methode wordt genoemd niet één keer op blz. 158, ook op blz. 174 en in het eindexamenprogramma op blz. 175. Er is een uitstekende loodrechte parallelprojectie nl. de axonometrie; deze geeft figuren, die precies tonen, wat men ziet. Voor de school vereenvoudigd (slechts een halve bladzijde theorie en drie figuren) tot de *klinografische* projectie.

Boven al deze methoden staat het prachtige werk van Monge. Als men maar niet opgeeft b.v. „gegeven een punt P, een lijn a, een vlak V en een hoek φ; construeer een vlak x door P, dat met V de hoek φ maakt en dat de lijn a snijdt in het punt A zo, dat PA evenwijdig loopt met het vlak V", om maar een eenvoudig voorbeeld te geven van de vraagstukken, die de Beschrijvende Meetkunde van Monge in ons land vermoord hebben. Op dezelfde bladzijde 158, regel 8, van onder lezen we: „*De commissie acht het van belang, dat de leerlingen de figuren uit hun stereometrieboek werkelijk begrijpen, dat ze zelf analoge figuren kunnen maken*". Als ze goed kijken, dan begrijpen ze, dat een groot deel fout is in de stereoboeken. Maak ze dan maar „analoog".

Smalend wordt er gesproken over „*de gangbare constructies in Monge-projectie.*"

Monge wint het verre van alle andere methoden, zo zit het en niet anders. Dat er een waanzinnige verzieking is opgetreden net als met het simpele vak van de logarithmen, dat moet men Monge niet aanwrijven, noch Neper. En dan nog die vervanging door iets, dat als afbeeldingsmethode minderwaardig is!

Op blz. 159 *Analytische meetkunde.*

De eerste regel luidt: „*de arithmetisering van de wiskunde*"; er staat wiskunde, bedoeld wordt de meetkunde. Verder staat: „*een deel van wat het onderwijs in de analytische meetkunde beoogt, wordt thans ook nagestreefd bij de behandeling van de grafieken. Didactisch heeft echter de vermenging van de leer der grafieken met de analytische meetkunde grote bezwaren*". [1]) Als de functies en de grafieken goed behandeld worden, zijn er zeker geen grote bezwaren, zelfs geen kleine. Ze liggen zo dicht bij elkaar, de grafieken en de analytische meetkunde, dat het niet mogelijk is een grens aan te geven.

Beperking van de grafieken is echter heel goed.

De laatste alinea gaat over beide schooltypen: de H.B.S. buigt om naar het Gymnasium, ook omgekeerd? Zal die ook iets doen aan beschrijvende meetkunde? Als die bestaat in de telkens weer genoemde scheve projectie uit het leerplan en enkel maar prisma's en pyramiden, zullen ze er zeker voor passen en ze hebben groot gelijk ook.

Op blz. 160 *Differentiaal- en integraalrekening.*

Onder *b* lezen we: „*goniometrie en stereometrie*". Waar dan in de goniometrie? Heeft dat vak behoefte aan D. en I. rekening? Om de raaklijn te construeren aan $y = \sin x$? Ze zullen dan wat fraais te zien krijgen, immers de grafieken daarvan zijn in bijna alle schoolboeken fout.

In de stereometrie? Dat moet dan zijn bij de inhouden en oppervlakten, te beginnen bij de piramiden, te eindigen bij de bolschijf. In de stereometrieboeken leidt men de formules af door limietbeschouwingen; wiskundig zuiver, zonder er overheen te lopen of iets aannemelijk te maken door wat vaag gepraat. In de meeste boeken zeker wel in orde, al heb ik ze er nooit op nagezien.

Wat wil men nu? Zie blz. 172; *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h* en in *i* oppervlakte- en inhoudsberekeningen. Wat is daaraan niet vooraf moeten gaan! Thans redt men zich bovenst best met een deel van wat onder *a* staat. Is dat nu niet makkelijkheden moeilijk praten?

---

[1]) Grafische voorstellingen verdeelt men in *diagrammen* (beeldstatistieken horen er ook onder), waarbij de grootheden op de assen, b.v. zijn: jaren en aantallen ambtenaren, en *grafieken*, waarbij men tekent $y = f(x)$; x en y in dezelfde eenheden. Als men de waarden van $\frac{ax+b}{cx+d}$ uitrekent en als loodlijnen opzet, mag men die dan niet y noemen? Dat schijnt thans in de mode te komen! Getuige de bewoordingen van het aangehaalde. De diagrammen horen in de algebra helemaal niet thuis.

Het kan nog veel eenvoudiger; zie maar; helemaal zonder limieten.

Zie fig. 1; E, F, G, H, K en L zijn de middens van de ribben van het viervlak; D—EFG$\cong$G—KLC; elk van deze kleine viervlakken is 1/8 van D—ABC, omdat ze gelijkvormig zijn en de ribben de helft.

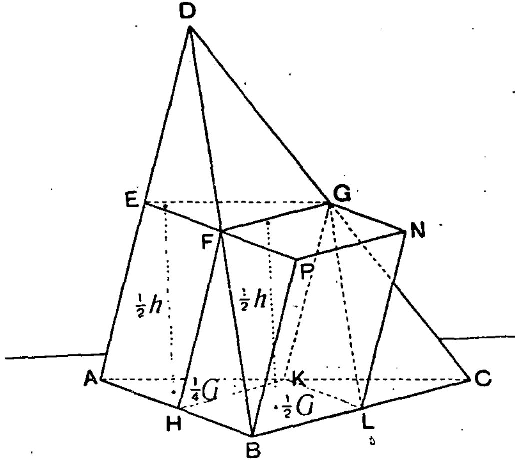


Fig. 1

Wat er overblijft nl. EFG—ABLK is dus 3/4 I. Dit bestaat uit het prisma EFG—AHK, waarvan de inhoud is $\frac{1}{4}G \times \frac{1}{2}h$ en FG—ABLK= $\frac{1}{2}$ van FPNG—HBLK=$\frac{1}{2}$ van $\frac{1}{2}G \times \frac{1}{2}h=\frac{1}{8}Gh$. Het lichaam EFG—ABLK heeft dus een inhoud $2 \times \frac{1}{8}Gh = \frac{1}{4}Gh=\frac{3}{4}$I; dus is I$=\frac{1}{3}Gh$.

De formule voor de inhoud van de afgeknotte pyramide leidt men hieruit heel gemakkelijk zo af; zie fig. 2.

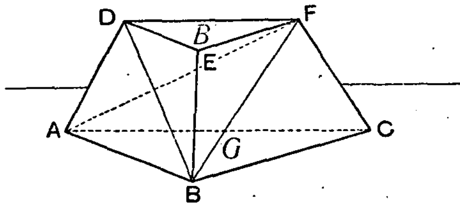


Fig. 2

Inhoud F—ABC$=\frac{1}{3}G \times h$, inhoud B—DEF$=\frac{1}{3}B \times h$; over nog F—ADB, te vergelijken met F—DEB. Hun grondvlakken verhouden zich als AB : DE $=\sqrt{G} : \sqrt{B}$; dus is

$$\text{inhoud F—ADB}=\frac{\sqrt{G}}{\sqrt{B}} \times \tfrac{1}{3}Bh = \tfrac{1}{3}h\sqrt{GB}.$$

We vinden dus $\frac{1}{3}h(\mathrm{G}+\sqrt{\mathrm{GB}}+\mathrm{B})$.

Onder i op blz. 173 staat: *„in de stereometrie zal de integraalrekening bij inhoudsbepalingen zoveel mogelijk worden gebruikt"*. Dat is nu net eender als dit: „van hoger standpunt bekeken" heet dat: een plat vlak is de limiet van een bolvlak; voor een boldriehoek rechthoekig in C geldt: cos c=cos a cos b; reeksen voor cos c, cos a en cos b (a,b en c in radialen); limietovergang voor $r \rightarrow \infty$ en zowaar, dan hebben we een bewijs voor de stelling van Pythagoras.

Ook de inhoud van de bolschijf, dat is het eindpunt, kan heel eenvoudig worden gevonden; veel eenvoudiger dan in de schoolboeken, het mijne niet uitgezonderd. En dus veel eenvoudiger dan met integraalrekening, waaraan a, b, c, d, e, f, g en h moeten voorafgaan; dan wordt het ook nog een africhten op die dingen voor het examen, dat niet te vermijden is.

Of ik dan tegen de differentiaal- en integraalrekening ben? In het geheel niet; ik juicht het toe, dat men onderwijst wat het ontwerp noemt, maar ben er sterk tegen een kaartenblad om te schieten met een kanon en dat doet men, als men het simpele van fig. 1 en fig. 2 en de gewone behandeling uit het stereometrieboek (met a alleen) zou vervangen door integraalrekening.

Op blz. 160 *Statistiek.*

Dat moeten we nog afwachten, wat daarvan terecht komt; ik vrees van nog geen kwart van wat het leerplan noemt en ophemelt. Men kan cijfers groeperen, diagrammen maken over volksgezondheid, huisvesting, kerkelijke en politieke gezindheid, onderwijs, werkgelegenheid, landbouw, nijverheid, handel, verkeer en vervoer, geldwezen, inkomen en vermogen, sociale wetten, rechtswezen en nog veel meer.

We lezen: *„Het is ongetwijfeld een ongewenste situatie, wanneer degene, die dergelijke beschouwingen leest en zich een mening wil vormen over de dikwijls ingrijpende interpretaties van de vermelde resultaten, zich geen oordeel kan vormen over de gronden, waarop deze interpretaties berusten"*. Hoe schoon gezegd, maar ..... daarvan komt niets terecht.

Volgens wat ik verneem van hen, die er wat van afweten, is het vak zeker zo moeilijk als de differentiaal- en integraalrekening.

§ 2. Op blz. 163 vinden we het voorgestelde programma *voor de onderbouw.*

Algebra. Klasse I. De techniek is ingekrompen beneden het peil van het M.U.L.O.; het voorstel vraagt niet meer dan wat men op de ambachtsschool eist.

Klasse III. Gebruik van tafels in vier decimalen. Waarom die

beperking? Vijf is toch zeker zo eenvoudig; in elk geval vrijheid laten.

De factorstelling; waarom het woord reststelling vervangen door dit woord: $V(x)$ laat bij deling door $x-a$ tot rest $V(a)$; zo luidt de stelling; een gevolg is uiteraard, dat $V(x)$ deelbaar is door $x-a$, als $V(a)=0$ is. Geen enkele reden om de naam te veranderen.

Meetkunde. Klasse II. Het allerlaatst worden de „oppervlakten" genoemd; na de evenredigheid van lijnstukken, na de vermenigvuldiging, na de gelijkvormigheid, na de driehoeksmeting, enz. Een allereerste eis is, dat men het eenvoudige laat voorafgaan. De beschouwing van de oppervlakten is toch veel en veel eenvoudiger dan al dat andere. Ze nemen de begrippen al van de lagere school mee. En wat heeft men niet een gemak en een inzicht in hetgeen er volgens het programma aan voorafgaat, als men beschikt over de oppervlakte van simpele figuren. Absoluut noodzakelijk het woord oppervlakten te zetten achter de meetkundige plaatsen of direct er voor, dat is nog beter.

Blz. 166 De punten 2 en 3 geven duidelijk de voorgestelde aftakeling aan van de nodige techniek. Geen vierkante haken meer, geen ingewikkelde (!) delingen als $(x^6-1):(x^2-x+1)$, geen $(a-b-c+d)(a+b+c+d)$. Vooral niet oefenen en zich daardoor ontwikkelen en zeker niet in enigszins afwijkende vormen de grondvormen laten onderkennen. Dat men dan in de knoop komt met de s-formule voor de oppervlakte van een driehoek, is wel zeker.

Niet a^3-b^3 delen door $a-b$; dat het opgaat pas in de 3e aantonen, met de reststelling; maar dat die reststelling het quotient niet geeft, dat hindert niet. Eén klas hoger en ze moeten de afgeleide leren van x^n; mij dunkt, dat ze dan ook de vorm van het quotient $(a^n-b^n):(a-b)$ zouden moeten kennen; reeds kennen, anders loopt men voortdurend vast; bv. met $\frac{G\sqrt{G}-B\sqrt{B}}{\sqrt{G}-\sqrt{B}}$.

In de derde klas pas ax^2+bx+c ontbinden; te zwaar in de 1e en de 2e? G.g.d. en k.g.v. ook opruimen? Over boord als verouderde rommel. Neen, dan zit er veel meer leerstof in nr. 6: de talstelsels, die het ontwerp leerplan op blz. 166 als gewenst voorstelt. Daar wordt waarachtig een stofnest weer opgewoeld; als er nu toch iets onnodig is en gelukkig begraven, dan zijn het wel de talstelsels voor de middelbare school. In de Getallenleer mooi en goed, maar geen enkele reden de leerlingen met zo iets te plagen.

Blz. 166 Klasse II. Wel eenvoudige vraagstukken van het type: „voor welke waarden van a zijn de vergelijkingen $x+ay=3$ en $ax+y=3$ afhankelijk of strijdig?"

Als men zich tot deze beperkt en men niet mag opgeven, b.v. $kx-6y=5k-3$ en $2x+(k-7)y=29-7k$ wat komt er dan terecht van deze begrippen? Voor de school en voor elke studie is het begrijpen niet voldoende; noodzakelijk is ook oefening, veelvuldige en herhaalde oefening.

Met 2, 3, 4 en 5 kan ik accoord gaan; bij 4 staat het „rationaal maken van de noemer"; dat woord rationaal heeft pas zin, als zich de irrationale getallen hebben aangediend; en die zijn gelukkig niet genoemd. Evenmin als men het in de 1e en 2e klas van de lagere school heeft over gehele getallen en op de hele lagere school over positieve getallen. — Ik noem het al jarenlang het „wortelvrij" maken van de noemer; moge het navolging vinden.

Blz. 168 Klasse III. In een goed doordacht schoolboek zijn 1 en 2 al in orde; dat de waarschuwing die dingen onder 2 genoemd niet op te geven, nog nodig is, bevreemdt mij.

Nr. 3. A. mag volgens hetgeen er staat niet worden opgegeven; inderdaad $x-5=y$, dus $x=5+y$ substitueren mag men ze niet aandoen!

Evenmin, wat onder B, C en D veroordeeld wordt:

B: $\begin{cases} x^2+ax+b=0 \\ x^2+px+q=0 \end{cases}$ één wortel gemeen.

C: Vergelijking op de omgekeerde wortels, dus de substitutie $x=\frac{1}{y}$.

D: $x^2+ax+b=0$ heeft wortels, die 2 groter zijn van die van x^2+bx+a.

Alle vier even simpel: de hele oplossing niet meer dan 1 regel!

We gaan door tot 11 van blz. 169.

Grondtoon: alles afschaffen, niets meer vragen, opruimen, niet dit, niet dat; nr. 9 is vermakelijk, zeker met 100 te vermeerderen, gezien de volledige afschaffing van oefening.

Elders wordt geeist: „*wiskundig inzicht, denken, begrip*". Dan doet 11 zonderling aan: het limietbegrip vaag; zie op blz. 172 onder 4a hetzelfde; en toch moet een „*goed begrip*" van de diff.- en integraalrekening worden aangebracht. Mij dunkt, dat men dan een gave definitie moet geven van limiet en niet een vage.

Blz. 169 *Meetkunde.* Er staat onder 2: $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$, bij een straal 1 is de projectie $x=\cos\alpha$ en de projector $y=\sin\alpha$; $x^2+y^2=1$ is de vergelijking van de cirkel. De commissie zegt $y^2+x^2=1$. Zie korrel CXI in Euclides jg. 29; blz. 171 van het rapport geeft

asin $x+b\cos x=c$; zie die korrel en de mooie grafische oplossing van $a\cos\varphi+b\sin\varphi+c$.

Verder onder meetkunde: geen projectiestelling (die kan meetkundig zo goed) geen vierhoek verdelen in twee gelijke delen, geen stralen van aangeschreven cirkels, wel van de omgeschreven cirkel; wel $R\sin\alpha=\frac{1}{2}a$, niet $r_a=s\,\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}\alpha$. Ptolemaeus niet; met de cosinusregel anders eenvoudig en goed; geen raaklijnenvierhoek, geen $z_4=R\sqrt{2}$, $z_3=R\sqrt{3}$, $z_6=R$; wel constructies van de regelmatige 5-hoek en 10-hoek; formules niet: enkel constructie, geen voorbereiding, want daarbij worden z_5 en z_{10} uitgedrukt in r.

Hiermee heb ik een en ander gezegd over het leerplan in de onderbouw; enkele opmerkingen, enige aanmerkingen. Dat het tot zover goed en doordacht is, kan ik niet beweren. Of ik dan alles wil behouden? Integendeel, ouderwets en behoudend ben ik allerminst: ik strijd tegen sleur een verstarring. Maar het „nieuwe" moet niet bestaan in afbraak en vaagheid; men is tegenwoordig geen mens meer, als men niet dagelijks wil „vernieuwen". Hoe en wat, dat doet er niet toe; dat er voor iets degelijks door afhakken iets misvormds overblijft .... wat nood, het is toch „vernieuwing".

§ 3. Blz. 171 *Over de bovenbouw.*

a^x, goed; ${}^a\log x$ goed, mits het daarbij blijft en we voorgoed afrekenen met de logarithmen-puzzles, die al tientallen jaren lang de leraren en de leerlingen in de examenklasse de algebra tot een plaag maken.

Zie blz. 172 onder 2, heel goed.

Bij de goniometrie (de driehoeksmeting is voltooid in de onderbouw) zetten $a\cos\varphi+b\sin\varphi=c$.

Grafieken van sin x, cos x, tg x; mogen we niet zeggen: teken $y=\sin x$? ax hoeven we niet te noemen; zo iets komt terecht ook niet voor bij $\sqrt{x}$, bij log x.

Bij de stereometrie zie ik „parallelprojectie", goed; dat is dan axonometrie (in zijn simpele vorm: klinografische projectie) of scheve projectie. Het eindexamenprogramma noemt op blz. 175 de scheve projectie, die enkel nadelen heeft, als men die vergelijkt met de klinografische projectie.

Treffend is de laatste regel van de stereometrie: het begrip regelmatig lichaam. Ik ben benieuwd, wat men daarvan zal maken; op blz. 175 1e en 2e regel staat: *„niet de eigenschappen en constructies, die betrekking hebben op drievlakshoeken en boldriehoeken."* En toch *het begrip regelmatig veelvlak"*!!

In de stereometrie is danig huisgehouden: het vermenigvuldigen van figuren (het tekenen op schaal dus), daarmee de gelijkvormigheid uit de stereometrie weggewerkt. Onder *c* geen uitslagen; dat belooft wat te worden in de stereometrie! Onder *d* wordt ook een en ander als onnut of overbodig voorgesteld en dus geschrapt.

Zo gezien wordt de stereometrie teruggebracht tot op minder dan de helft.

Aan het slot nog dit: zie blz. 168 en 169 onder 3—11 en vergelijk dit met wat geëist wordt voor de volgende examens; deze opgaven zijn van 1955. De examens eisen 3 à 4 vraagstukken; uit elk is er één genomen.

Examen voor onderwijzer.

Gegeven is de vierkantsvergelijking $px^2-(2p-5)x+p-4=0$.

a) Voor welke waarden van p zijn de wortels reëel?

b) Voor welke waarde(n) van p zijn ze tegengesteld?

c) Voor welke waarde(n) van p is de som van de omgekeerden gelijk aan 3?

Eindexamen van een h.b.s. met 3-jarige cursus.

Van de vierkantsvergelijking $x^2+px+q=0$
is $x_1^3+x_2^3=-21p$ en $x_1^2+x_2^2=15$.

a) Bereken p en q; $p>0$.

b) Vul de gevonden waarden van de oorspronkelijke vergelijkingen in en bepaal daarna een nieuwe vergelijking, waarvan de wortels $\sqrt{3}$-maal zo groot zijn.

Toelatings-examen Midd. Techn. School.

Herleid $\sqrt{\dfrac{4-2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}+\sqrt[4]{68+48\sqrt{2}}$.

Examen M.U.L.O. B

Drie getallen vormen een meetkundige reeks. Hun som is 260. Vermeerdert men het tweede getal met 30, dan vormen de getallen een rekenkundige reeks. Bepaal de getallen.

Hoeveel termen moet men tussen twee opeenvolgende termen van de rekenkundige reeks inlassen, opdat de som van de termen van de nieuwe rekenkundige reeks 5 maal die van de oorspronkelijke meetkundige reeks wordt?

Leerlingen, die de eerste drie klassen van de H.B.S. hebben gevolgd en onderwezen zijn volgens het voorgestelde programma,

zullen wegens gebrek aan oefening en de engheid van hun gezichtskring moeite hebben met deze vraagstukken.

WIMECOS

Eén stel van de bekende wiskundefilms van de heer Jacquemart, vertoond op de zomerconferentie te Baarn 1950 en op de jaarvergadering van 3 januari 1953, is in bewaring bij de heer dr J. T. Groenman, voorheen te Assen.

We maken er de leden in het noorden van ons land op attent, dat deze films na 1 februari 1956 bij hem kunnen worden aangevraagd **p/a R.H.B.S. te Groningen.**

De secretaris van Wimecos.

INGEKOMEN BOEKEN

van P. Noordhoff - Groningen.

P. Wijdenes, Algebra voor Mulo I 54e en 55e druk.
P. Wijdenes, Algebra voor M.U.L.O. IIA 19e druk.
P. Wijdenes, Beknopte Algebra I 13e druk.
P. Wijdenes, Algebra voor M.H.S. I 11e druk.
P. Wijdenes, Algebra voor het Nijv. Ond., 8e druk.
P. Wijdenes, Log. en sinustafel H, 8e druk.
Noordhoff's Tafel in 4 decimalen, 20e druk.
P. Wijdenes, Planimetrie II, 7e druk.
D. K. F. Heyt, Nieuwe Schoolalgebra II, 19e druk.
P. Wijdenes en Dr. P. G. van de Vliet, Log. en Rentetafels G, 4e druk.
P. Wijdenes en Dr. H. Streefkerk, Oefenbladen I, 8e druk.
Dr. P. Molenbroek, Vlakke Meetkunde, 12e druk.
P. Reynders en Ir. K. Witkop, Meetkunde van de ruimte II, Beschrijvende meetkunde.
Prof. Dr. C. Kuipers en Wirasto, Planimetrie; Ind. vertaling van Wijdenes, Vlakke Meetkunde.

DIDACTISCHE REVUE

I*a*. *Der Mathematische und Naturwissenschaftliche Unterricht*, 8. Band, 1. Heft, Mai 1955, Bonn/Rhein, Frankfurt/M.

1. W. Lietzmann geeft in een artikel „50 *Jahre Meraner Vorschläge*" de voorgeschiedenis van de totstandkoming ervan en een relaas van zijn bemoeienissen met de verwerkelijking ervan.

In Breslau hatte Herbst 1904 die Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte die nach den Vorschlägen Kleins zusammengesetzte Unterrichtskommission gewählt (Gutzmer, Pietzker, Schotten, Poske, Duisberg, Kraepelin, Fricke, Schmid). Die Kommission hat schnelle und gründliche Arbeit geleistet. Der Herbsttagung der Naturforschergesellschaft 1905 in Meran legte sie ausführliche Vorschläge vor die in die Geschichte der Pädagogik als die *Meraner Vorschläge* eingegangen sind. Der „Bericht betreffend den Unterricht in der Mathematik an der neunklassigen höheren Lehranstalt" bringt einen ausführlichen Lehrplan für die Gymnasien mit methodischen Bemerkungen (das Prinzip der propädeutischen Behandlung, das Betonen der praktischen Anwendungen, eine gemässigte Pflege des Gedankens der Fusion der Stereometrie schon im planimetrischen Lehrstoff, der Einbau des Funktionbegriffes in geometrischem Gewande schon von den mittleren Klassen an, seine Krönung mit einer Einführung in die Infinitesimalrechnung in der Oberstufe). Die entschiedenen Reformer waren nicht ganz zufrieden. Hinsichtlich der Infinitesimalrechnung fand man ja die Fassung, man bezeichnete ihre Heranziehung als eine „eventuelle".

Lietzmann fand als Oberlehrer in Barmen Gelegenheit unbeschwert von den Bindungen des amtlichen Lehrplans seinen Unterricht in Mathematik nach Kleinschen Ideen zu gestalten.

Hij brengt verslag uit over de totstandkoming van zijn leerboeken in de geest der genoemde principes en over het verdere werk der onderwijscommissie (Stuttgarter Vorschläge 1906, Dresdener Vorschläge 1907) tot aan de Kölner Naturforschertagung von 1908.

2. A. Köster, „*Determinationen an Klasse 4 bis 6*".

3. P. Suter, „*Der sphärische Gleichartigkeitssatz und die Auswahl der möglichen Eulerschen Dreiecke.*"

4. In de afdeling „*Mitteilungen*" staat een artikel „*Zur Reifeprüfung* 1953 *in der DDR*" van de hand van H. Bunese. We ontlenen eraan:

Im Jahre *1953* wurden die mathematischen Reifeprüfungsaufgaben in der DDR wie in den vorhergehenden Jahren zentral gestellt. Die Aufgaben der schriftlichen und mündlichen Prüfung in Mathematik, Physik und Biologie entsprechen etwa denen der Reifeprüfung 1952.

Eine Änderung trat nur insofern ein, als die Aufgaben der mündlichen Prüfung den Schülern vier Wochen vor der Prüfung bekanntgegeben wurden. Im Fach Mathematik wurde nach Abschluss des ersten Schuljahresabschnittes (Dezember) eine Kontrollarbeit mit zentral gestellten Aufgaben geschrieben.

De 6 opgaven van dit onderzoek zijn opgenomen, benevens de serie vragen voor het mondeling examen biologie.

5. R. Stender brengt in „*Bericht über den internationalen Mathematiker-Kongress Amsterdam 1954*" verslag uit over dit congres. De deelname van duitse zijde wordt op ongeveer 100 geschat, waaronder een 20-tal mathematische didactici.

I*b*. *Der Mathematische und Naturwissenschaftliche Unterricht*; 8. Band, 2. Heft, Juni 1955, Bonn/Rhein, Frankfurt/M.

1. J. E. Hofmann geeft in „*Carl Friedrich Gauss, Lebensskizze zum Gedächtnis an die* 100. *Wiederkehr seines Todestages*", een rijk gedocumenteerd overzicht over leven en werken van deze grote wiskundige.

2. W. Reinöhl vat zijn artikel over „*CGS-System oder MKS-System?*" a.v. samen: (a) In der wissenschaftlichen Literatur geht die Entwicklung dahin, das CGS-System allmählich durch das MKS-System zu ersetzen. Diese Entwicklung entspricht den Beschlüssen der zuständigen internationalen Kommissionen. (b) Infolge der „Phasenverschiebung" zwischen Hochschule und Schule sind die Lehrbücher für die höheren Schulen dieser Entwicklung erst zum Teil gefolgt. Ein starres Festhalten am CGS-System ist aber kaum noch berechtigt. Zumindest musz das MKS-System als gleichberechtigt anerkannt werden.

3. Het artikel van I. Paasche, „*Ein Film löst Aufgaben*", eindigt met de opgave „Man entwerfe einen Film, der das Problem $1^3+2^3+\ldots+n^3=?$ in der Gestalt $?=(1+2+\ldots+n)^2$ löst".

4. A. Siebel geeft „*Eine elementare e-Bestimmung*".

5. E. Zeier brengt verslag uit van de „*Fördervereinstagung in Marburg* 1955". We wijzen op de volgende voordrachten:

a. M. Kraft hield een herdenkingsrede naar aanleiding van de 100ste verjaardag van het overlijden van Gauss.

b. A. Schmidt sprak over „*Eine neuere strenge Begründung der ebenen Geometrie aus ihrer Bewegungsgruppe*".

c. E. Ullrich gaf er „*Ausblick auf die moderne Forschung und Entwicklung in der Funktionentheorie*".

d. Frau L. Görke gaf een referaat over „*Bewegungen in der hyperbolischen Ebene*".

e. W. Dreetz sprak over „*Statistik und Wahrscheinlickkeitsrechnung im Unterricht*".

f. A. Baur: „*Einführung des Vektorproduktes im Unterricht*".

g. R. Dolinsky: „*Die Behandlung der Determinanten im Unterricht der höheren Schule*".

h. F. Denk: „*Das graphische Rechnen im Unterricht*".

Ic. *Der Mathematische und Naturwissenschaftliche Unterricht*, 8. Band, 3. Heft, Juli 1955; Bonn/Rhein, Frankfurt/Main.

1. O. Höfling: „*Das Kausalproblem im physikalischen Unterricht*".

2. W. K. B. Holz: „*Der Dreipunkt und seine primitiven Lösungen: Dreieck, Dreikreis, Umkreis*".

3. A. Kopff pleit in „*Die Logarithmentafeln im Schulunterricht*" voor het gebruik van vijfdecimalige tafels.

4. R. Hunger geeft een: „*Neue Lösung des Apollonischen Berührungsproblems ohne Benutzung der Begriffe Chordale, Chordalpunkt, usw.*".

5. H. Athen brengt verslag uit van de *21. Tagung zur Pflege des Zusammenhangs von Universität und Höherer Schule* (Münster/W, 3.—4. Juni 1955).

Für die Studienräte mit den Fächern Mathematik und Physik sind die gemeinsam von den Mathematischen und Physikalischen Instituten der Universität Münster/Westf. und dem Kultusministerium des Landes Nordrhein-Westfalen bzw. dem Schulkollegium Münster veranstalteten „Pfingsttagungen" längst zu einer festen

Tradition geworden. Man möchte wünschen, dasz dieses Beispiel auch in den übrigen Bundesländern Schule macht, und ferner, dasz die in Münster so augenfällig in Erscheinung tretende Unterstützung durch die Behörde auch anderswo Nachahmung findet. Jedenfalls hat die diesjährige 21. Tagung zur Pflege des Zusammenhangs von Universität und höherer Schule in Münster den Teilnehmern ein auserlesenes Programm wissenschaftlicher und didaktischer Vorträge beschert; die Referenten waren durchweg Hochschullehrer von überragender Bedeutung.

Van de voordrachten wordt vervolgens een overzicht gegeven. Het „ter navolging" gelde ook buiten de grenzen der Bondsrepubliek.

Verder bericht Athen over de bijeenkomst van de *Deutsche Unterkommission der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission* op 1—2 Juni 1955 te Münster, waarin de uitgave van een werk over het wiskunde-onderwijs aan de jeugd van 6—16 jaar werd behandeld. De leiding berust bij prof. Drenckhahn. Verder werden details besproken van de duitse bijdrage tot een behandeling van het thema „*Die wissenschaftlichen Grundlagen der Schulmathematik*", voor het congres te Edinburgh (1958). Duitsland zal een vierdelig werk uitgeven, waarvan de opzet in Münster werd besproken.

II. *Mathematica & Paedagogia,* Tweede jaargang, Nummer 6. Uitgave van de Belgische vereniging van Wiskundeleraren.

Voor dit lezenswaardige tijdschrift vragen we de bijzondere aandacht van de lezers van Euclides. Men geve zich als lezer op bij de heer G. Boost, Parklaan 107A, Roosendaal, N.Br.

1. G. Papy bepleit in „*le produit en géometrie*" de behandeling van het inwendig product van twee vectoren in het V.H.M.O.
2. J. Nijs drukt de voetsporen van C. Gattegno (Londen) in zijn artikel „*Fouten van leerlingen kunnen ons wat leren*".
3. Mme Félix (Parijs) wijst in haar artikel over „*les Mathématiques modernes et l'Enseignement du second degré*" over de problemen die zich aan de leraar in functie opdringen t.a.v.: (a) l'initiation aux mathématiques modernes, (b) les mathématiques et la technique, (c) la nécessité d'augmenter notre connaissance de la structure mentale des enfants et adolescents.
4. P. Boli geeft in „*le concept d'opération et la construction des*

nombres relatifs et rationnels" een overzicht van een serie lessen over deze materie. L'algèbre moderne jette sur ces questions élementaires une clarté étonnante. Ainsi, le développement de la notion d'opération permet, par l'introduction d'éléments inverses, de supprimer les opérations inverses (comparer avec la théorie des groupes ou la théorie des corps). La construction des nombres relatifs et des nombres rationnels se comprend mieux et l'on peut bien attirer l'attention de l'élève sur le fait, à première vue paradoxal, que toutes les opérations effectuées sur des nombres ne se ramènent finalement qu'à des opérations effectuées sur des nombres naturels.

5. L. Jeronnez betoont zich in „*Sur les nombres en couleurs*" enthousiast over het nieuwe leermiddel van de heer Cuisenaire.

6. W. Servais schrijft „Au moment où de toutes parts, on a recours à la géometrie intuitive pour ménager l'accès à la géometrie déductive, nous proposons à nos lecteurs la célèbre préface écrite par Alexis-Claude Clairaut pour ses *Eléments de Géométrie*".

7. W. Verhamme beschrijft een nieuw, simpel leermiddel: „*le Géoplan*".

8. M. Dupont: „*Sur l'équivalence des équations*".

9. H. Lorent: „*Une leçon active d'algèbre*".

10. A. R. van Twembeke constateert in: „*Over de integraalrekening en de driehoeksmeting in het M.O.*" o.a.: Het leerplan dat nu reeds twee jaren in de eerste klassen toegepast wordt bezit tenminste één eigenaardigheid die men in geen enkel naburig land terugvindt: de beginselen van de integraalrekening moeten worden onderwezen in de afdelingen Latijn-Grieks, Latijn-Wetenschappen en in de Economische, terwijl in de afdelingen met het grootste aantal wiskunde-lesuren (Latijn-Wiskunde en Wetenschappelijke) dit niet het geval is.

11. P. Simon: „*Exemples de réduction de l'équation du second degré*".

12. M. Jacob: „*Unités de compte et Unités de mesure*". Le présent article expose dans les termes les plus simples possibles les conclusions que tire l'auteur des discussions auxquelles il a participé durant ces dernières années au sein du comité technique compétent de l'Organisation Internationale de Normalisation.

13. M. Dupont en E. Heuchamps brengen een uitvoerig verslag uit van de „*Journées internationales d'information sur l'enseignement des mathématiques*" van Februari 1955 te Sèvres.

14. Mej. F. Lenger brengt verslag uit van de „*VIIIe rencontre internationale de professeurs de mathématiques*" onder leiding van C. Gattegno, te Bellano in April 1955.

14. Programma's van nog te houden bijeenkomsten, een uitvoerig overzicht van verschenen boeken en tijdschriften en series examenopgaven vormen de verdere inhoud van deze belangrijke aflevering van *Mathematica & Paedagogia*.

IIIa. *The Mathematics Teacher*, Volume XLVIII, number three, March 1955, Washington (U.S.A.).

1. Ch. R. Hicks, *"Two problems illustrating the use of mathematics in modern industry"*. One problem has been taken from the field of linear programming and illustrates the use of graphs, expressing a problem in algebraic terms, simultaneous equations, determinants, etc. The other problem shows the use of the Pythagorean Theorem in solving a design problem.

2. R. B. Davis, *"Emotion and thought"*. The chief remark of the author is that rational thought processes are under the influence of emotional factors. That emotions can both facilitate learning and block learning is an accepted psychological fact. The author considers those factors which he feels develop an optimal learning situation in the classroom.

3. G. A. Getty, *"Uncle Ed juggles with figures"*; some recreational mathematics.

4. E. H. Grubbs, *"Stimulating interest in junior high school mathematics"*. The illustrations are taken from work in the following categories: (1) community problems in arithmetics (a specific instance: taxation); (2) informal geometry and measurement; (3) motivation for the occupational group; (4) fundamental operations and skills; (5) motivation through real problems; (6) algebra and numerical trigonometry.

5. Ph. S. Jones, *"Tangible arithmetic IV: finger reckoning and other devices"*.

6. G. Kays discusses an instrument to solve problems in integral calculus, *"an integraph"*.

7. G. W. Brown, *"Textbook series and learning theory."*

8. W. L. Hart, *"Suggestions for counseling in high-school mathematics."*

IIIb. *The mathematics teacher*, Volume XLVIII, number four, April 1955; Washington (U.S.A.).

Met veel nadruk wil ik nog eens kennismaking met dit belangrijke, royaal uitgegeven amerikaanse tijdschrift aanbevelen. Een

resumé van de inhoud der diverse artikelen zou de plaatsruimte waarover deze didactische revue mag beschikken, verre te buiten gaan. Ik zal me daarom vrijwel tot een opsomming van titels beperken. Deze ene aflevering telt 100 paginas, groot formaat, elk van twee kolommen.

1. *Some educational problems of significance to engineering colleges.*

2. *The concept of a literal number symbol.*

The purpose of this paper is twofold. The author presents a theoretical description of the role of the literal number, defining a literal number as a letter which represents an unspecified number of a set of numbers. The second purpose is to illustrate the kind of experience that help students acquire understanding. Statements about numbers are interpreted geometrically on the number line.

3. *Take a number,* a little spice to whet the appetite of the algebra class.

4. *Mathematics and general education.*

5. *Seminars, an integrating force in a program of concentration.* The author gives a description of an undergraduate program for mathematics majors.

6. *Mathematics, a language.*

From industry's point of view the author explains some of the primary responsibilities of the mathematics teacher. What does it take to train a student to reason clearly?

7. *The use of puzzles in teaching mathematics.* Puzzles form an excellent means of motivating the study of mathematics. This paper contains an excellent collection of usable puzzles.

8. *Are postulates in a mathematical system "true"?*

9. *Common errors made in general mathematics by high school students of Louisiana.*

10. *Some arithmetical fundamentals of value to junior high school teachers.*

11. *Mathematics used in courses of various departments in a university.*

One of the conclusions runs as follows:

There is a definite need in many courses in departments throughout the university of understanding of elementary statistics.

12. *Exactly what is a nautical mile?*

13. *Involution operated geometrically.*

This paper contains a generalization of the usual problem of finding a line equal to the square of a given line.

14. *A model for visualizing the formula for the area of a circle.*

15. *A model for visualizing the Pythagorean theorem.*
16. *Teaching aid for developing* $(a+b)(a-b)$.
17. *A table of integral solutions of* $a^2+b^2+c^2=r^2$.
18. *Present-day activity in numerical analysis.*
19. *Who teaches algebra to whom?*
20. *On selling mathematical education to the public.*
21. *Just what is mathematics?*
22. *The International Mathematical Union, the International Congress of Mathematicians and the International Commission of Mathematical Instruction.*

Howard F. Fehr legt uit, wat de I.M.U., het I.C.M. en de I.C.M.I. zijn en hoe ze werken en brengt uitvoerig verslag uit van de activiteiten van de didactische sectie (sectie VII) van het Amsterdamse Congres.

23. *Building an appreciation of mathematics.*
24. *Mathematics made meaningful in teaching graphs.*
25. *Ninth-grade general mathematics.*
26. *Why pupils elect to take mathematics?*
27. *Reviews and evaluations.*

IIIc. *The Mathematics Teacher*, Volume XLVIII, number five, May 1955; Washington (U.S.A.).

1. M. F. Rosskopf and R. M. Exner, "*Some concepts of logic and their application in elementary mathematics*". One of the emerging trends in secondary school mathematics and elementary college courses is a shift away from purely manipulative mathematics. More stress than formerly is being given to mathematical logic and the foundation of mathematics. The authors put the question: Should teachers introduce the symbols of mathematical logic and some of its principles in secondary school mathematics? They suggest that teachers know the basic principles and capitalize on what values there are in learning by imitation. If a teacher uses language and ideas correctly, his students are impelled along the road to using the same language and ideas correctly".

2. A. S. Householder, „*Mathematics, the school, and the ORACLE.*" An article on computing machines.

3. P. Brock, "*The new role of mathematics in education.*" The author points out industries' desperate need for personnel trained in mathematics, and he argues that the scarcity of trained personnel

is due, in part, to reduced mathematical requirements in the high schools.

4. C. M. Witcher, "*The teaching of mathematics to the blind.*" An article on recent improvements in the Braille system facilitating the study of mathematics by the blind.

5. C. N. Shuster, "*The calculation of logarithms in the high school.*" An intuitive approach.

6. O. Schaaf, "*Student discovery of algebraic principles as a means of developing ability to generalize.*"

7. W. L. Hainlin, "*Casting geometric solids in plaster-of-Paris.*"

8. W. Koenen, "*Using the tower of Hanoi to present the principle of mathematical induction.*"

9. Cl. Olander, "*A model for visualizing the Pythagorean problem.*"

10. Ph. S. Jones, "*America's first mathematician*", Nathaniel Bowditch (†1838).

11. K. C. Eveland, "*Alligation, a mathematical relic.*"

12. V. Thébault, "*On certain cases of congruence of triangles.*"

13. H. R. Douglass, "*Remedial work in junior high school mathematics.*"

14. *Reviews and evaluations.*

IV*a*. *Elemente der Mathematik*, Band X, Nr. 2, 10. März 1955, Basel.

1. R. Sauer, „*Elementargeometrische Modelle zur Differentialgeometrie*" (*Schluss*).

2. J. P. Sydler, „*Quelques propriétés de la configuration complémentaire de Desargues.*"

3. W. Wunderlich, „*Uber die Evolutoiden der Ellipse.*"

4. F. Hohenberg, „*Ein einfacher Beweis des Satzes von Pohlke.*" Man kann das Verfahren der schiefen Axonometrie als das Auftragen von Koordinaten in einem frei gewählten ebenen Dreibein erklären. Dann folgt planimetrisch dass eine allgemeine ebene Figur affin verzerrt erscheint. Alle Lagenbeziehungen, ebenso jene Massbeziehungen, in denen die Länge der räumlichen Einheitsstrecke nicht benötigt wird, lassen sich konstruktiv behandeln, ohne dass man die Eigenschaft benützt, dass das schiefaxonometrische Bild ein Schrägriss (eine Parallelprojektion) ist. Diese Eigenschaft wird bekanntlich im Sath von Pohlke ausgedrückt. Für diesen Satz und die Konstruktion des Kugelumrisses, der

Sehstrahlrichtung und des räumlichen Dreibeins wird eine elementare Herleitung gegeben.

Zie ook het artikel van dr M. van Vlaardingen, Euclides 27, blz. 188—194.

5. De „*Literaturüberschau*" bevat o.m. een waarderende recensie van Bunt's „*Een onderzoek naar de overlading van het Programma voor de Wiskunde bij het Voorbereidend Hoger en Middelbaar Onderwijs.*"

IV*b*. *Die Elemente der Mathematik*, Band X, Nr. 3, Mai 1955, Basel.

1. L. Locher-Ernst zeigt in seinem Artikel „*die zwölf Nabelpunkte des Ellipsoides*" (zum 70. Geburtstag von Andreas Speiser) dass die von-Staudtsche Imaginärtheorie an Zugänglichkeit gewinnt durch eine gewissen Pfeildarstellung von Punkten mit komplexen Koordinaten. Manche Sachverhalte die sonst nur analytisch erschlossen werden, kann man sich nun auch anschaulich klarmachen. Als ein Beispiel wird die Tatsache gewählt, dass ein allgemeines Ellipsoid zwölf Nabelpunkte besitzt, von denen nur vier reell sind und dass auch acht imaginäre Geraden existieren, von denen jede je drei dieser ausgezeichneten Punkte enthält. Die Ausführungen haben nur für denjenigen einen Wert, der ausser der Eleganz analytischer Entwicklungen auch die anschauliche Verarbeitung zu schätzen weiss.

2. F. Hohenberg (Graz), Autor eines demnächst erscheinenden Buches „*Konstruktive Geometrie für Techniker*" schreibt in seinem Beitrage „*Herstellung von Perspektiven aus axonometrischen oder perspektiven Bildern*" u.a.: Wird ein Gegenstand aus zwei Augen O und O' auf eine Bildebene π projiziert, so stehen beide Bilder in einer einfachen Beziehung. Diese Beziehung ermöglicht a) aus einem axonometrischen Bild durch „Umzeichnen" ein perspektives Bild herzustellen, b) aus einem Foto das dargestellte Objekt durch Umzeichnen in ein axonometrisches Bild zu rekonstruieren, c) ein ungünstig wirkendes perspektives Bild in ein anderes umzuzeichnen, indem das Auge O durch ein anderes Auge O' ersetzt wird.

3. In „*Ungelöste Probleme*" stellt H. Hadwiger fest: Das Problem der Quadratur des Kreises im mengentheoretischen Sinn ist immer noch ungelöst! Es handelt sich um die Frage, ob ein abgeschlossener Kreisbereich mit einem flächengleichen abgeschlossenen quadratischen Bereich der Ebene im Sinne der Mengengeometrie

zerlegungsgleich ist. Kann man den Kreis so in endlich viele disjunkte Punktmengen zerlegen, dass sich aus den gleichen in der Ebene passend bewegten Punktmengen wieder das Quadrat zusammensetzen lässt? Vermutlich ist dies nicht möglich; doch gibt es in der Mengengeometrie und in der Theorie der Punktmengenfunktionen bis heute keinen Begriff, der geeignet wäre, zur Klärung dieser Frage herangezogen zu werden.

IV*c*. *Elemente der Mathematik*, Band X, Nr. 4, Juli 1955, Basel.

1. L. Locher-Ernst: „*Konstruktionen des Dodekaeders und Ikosaeders.*" Die folgenden Ausführungen sind einem rein didaktischen Zweck gewidmet. In vielen Schulbüchern ist vom Dodekaeder und vom Ikosaeder sowie auch von deren Konstruktion die Rede. Meist fehlt aber der Beweis, dass das konstruierte Polyeder regulär ist. Man zeigt zwar etwa, dass die Flächen regulär sind, unterlässt es aber, die Regularität der Raumecken zu beweisen. Mit Hilfe des Eulerschen Satzes legt man dar, dass nur wenige reguläre Polyeder möglich sind. Den Existenzbeweis lässt man weg. Und doch gibt gerade dieser erst den richtigen Einblick in den Aufbau. Das Vorzeigen eines Modells ist kein Ersatz, da man einem solchen nicht entnehmen kann, ob seine Flächen und Raumecken wirklich regulär sind. Im folgenden werden für das Ikosaeder und das Dodekaeder je drei Existensbeweise kurz, aber möglichst anschaulich angedeutet .... Dann wird eine Zusammenstellung übersichtlicher Konstruktionen beigefügt, die vielleicht da und dort willkommen ist.

2. K. Strubecker: „*Über die Hüllkurven von Kepler-Bahnen fester Energie, welche eine feste Kepler-Bahn berühren.*"

3. W. Wunderlich: „*Zur Entbehrlichkeit des Satzes von Pohlke im Unterricht der darstellenden Geometrie.*"

Der neue hübsche Beweis des Pohlkeschen Lehrsatzes, aldus de auteur, den mein Freund Hohenberg vor kurzem an dieser Stelle mitgeteilt hat, gab den unmittelbaren Anstoss zum vorliegenden Bekenntnis einer schon lange gehegten ketzerischen Meinung über Wert und Bedeutung dieses Satzes im Rahmen des Unterrichts. Das Theorem von Pohlke, das bereits auf ein Alter von hundert Jahren zurückblickt, besagt bekanntlich, dass jedes axonometrische Bild eines Gegenstandes (im besonderen eines Würfels) zu einer bestimmten Parallelprojektion des Gegenstandes *ähnlich* ist. Der Beweis des Satzes erfordert stets ziemliche Umstände, und dies ist

wohl die treibende Ursache für die unzähligen Beweisvarianten gewesen, die im Laufe der Zeit entstanden sind. Häufig wird man aber aus Zeitmangel gezwungen sein, im Unterricht auf den Beweis ganz zu verzichten — und dies ohne sichtlichen Schaden! Und woran liegt das nun eigentlich? Im Grunde genommen doch daran, dass man bei der Herstellung eines axonometrischen Bildes die Projektionsrichtung und die Raumlage des Achsenkreuzes tatsächlich nicht zu kennen braucht. Der Satz von Pohlke soll in der Hauptsache nur verbürgen, dass man auch bei drei frei gewählten Achsenbildern und Verkürzungsverhältnissen die *Gesetze der Parallelprojektion* anwenden darf, also vor allem die Erhaltung des Parallelismus und der Teilverhältnisse, die Regeln der Kreisdarstellung, usw. Bei kritischer Prüfung der Sachlage wird man jedoch zugeben müssen, dass hierfür auch schon die Erkenntnis genügen würde, dass jedes axonometrische Bild zu einer Parallelprojektion *affin* ist.
De auteur geeft vervolgens het bewijs van deze zwakkere stelling.

V*a*. *School Science and Mathematics*, Volume LV, number 4, whole 483, April 1955, Menasha, Wisconsin (U.S.A.).

1. E. J. Schoeneck, "*Tricks that click.*" The purpose of this article is not only to give some step by step techniques which help present arithmetic concepts in a meaningful way, but to present, perhaps, a different approach to well known techniques, to prevent so-called blocks to learning and to suggest some practical visual aid materials with which to build up an arithmetic "library".
2. G. L. Keppers, "*Is algebra a tool subject?*" In conclusion it might be said that, for algebra to be of the greatest value to a student, it must be thought of not only as a "tool subject" but more extensively as a "thought subject". The utilitarian has value primarly for the specialist, while the non-utilitarian has value from the humanistic viewpoint as well, which is developing functional thinking on the part of the student.
3. B. J. Portz, "*Square root: an algebraic approach.*" The algebraic method in this paper is too cumbersome to be practicable for daily use. It is intended not as a permanent working method but merely as an interesting diversion from the regular classroom work. By comparison the similarity between the algebraic and the standard arithmetic methods is at once evident.

4. W. H. Edwards, *"The AAAS cooperative committee on the teaching of science and mathematics"*, a report on activities for the year 1954.

Vb. *School Science and Mathematics*, Volume LV, number 5, whole 484, May 1955; Menasha, Wisconsin (U.S.A).

1. Howard F. Fehr, *"The administration of mathematics education in the United States of America."* In this address presented to Section VII of the International Congress of Mathematicians at Amsterdam, September 6, 1954, the author discusses the questions who shall determine the mathematics curriculum, who shall decide what mathematics study is required of all pupils and what study shall be reserved for those who are capable, and who shall supervise and examine the results of teaching. Outside of several large cities there is very little supervision of mathematics teaching. Much of the teaching of mathematics in schools is done by non-certified teachers. In city after city each mathematics teacher is his own authority. This freedom is excellent for the well-prepared teacher; it is evil for the unprepared and poor teacher. The overall result, however, has not been too bad. The spirit of free competition between public and private schools, between one community or state and another, has produced a fairly good program for average and above average students. Only the gifted students are neglected.

2. H. van Engen, *"The child's introduction to arithmetic reasoning."* The author refers to Piaget's classical study *„le jugement et le raisonnement chez l'enfant"*. He has found no recent book on arithmetic which includes this study in its references in spite of the fact that the above-mentioned study is vastly more important, as a potential determiner of method and content, than countless numbers of the studies referred to in the present day methods books on arithmetic.

3. E. B. Flag, *"Developing confident, self-reliant learners in arithmetic"*.

4. M. A. Laframboise, *"The training of mathematics teachers."* The author suggests a program which might well be an objective to be worked for; it is doubtful if ten percent of secondary school teachers and junior college instructors of mathematics who are presently teaching have this a background in pure mathematics.

5. C. H. Denbow introduces *"an algebra slide rule"* that sti-

mulates interest and removes part of the fear which beginners sometimes experience.

Vc. *School Science and Mathematics*, Volume LV, number 6, whole 485; June 1955; Menasha, Wisconsin (U.S.A.).

1. H. D. Larsen geeft in *"An application of duodecimals"* "a short method of reducing feet and inches to inches."

2. H. O. Moyer, *"Helping the slow-learner in mathematics."* Een serie details. "Meaning and security are two of the essential features of a good learning experience for slow learners. There is no formula for the teacher that will assure success with all slow learners. Every teacher must devise his own ways of making mathematics meaningful and giving security and confidence to those pupils who have not been successful in their number experiences."

3. W. R. Ransom, *"Second order interpolation."*

4. J. D. Wilson, *"Trends in high school mathematics."* De auteur somt er een zestal op. (a) The first trend is concerned not so much with the subject matter or results of mathematics as with its methods of proof. Approximately fifteen years ago some educators convinced that the only way to insure transfer was to include appropriate non-geometric materials in the geometry course, took a new approach. ... Many of the traditional topics in high school mathematics do not achieve practical ends nor do they give insight into the nature of mathematical proof. Sweep away these topics, we are told, and replace them with modern concepts such as introduction to set theory or statistical inference or symbolic logic, all of which have elementary and practical aspects but which give insight into the nature of mathematics. (b) a second trend has been called "creative teaching". Using multiple aids especially developmental aids, and employing experimental methods, each student can make discoveries and formulate general theorems in every field of school mathematics. (c) Algebra is becoming a more useful cause. The concept of functionality has been considered a suitable unifying principle in the study of mathematics. The formula has become the heart and the function concept the brain of beginning courses in elementary algebra (d) A fourth trend is related to non-sequential mathematics. (e) A fifth trend is making mathematics palatable. Conferences and workshops on applications are being held; books on mathematical recreations and history of mathematics are being written, textbooks,

increasingly, are devoting attention to historical notes and unusual puzzles and games. (f) A sixth trend is the new interest in provision for differentiated instruction.

5. L. H. Lange, *"Another encounter with geometric series."*

6. B. W. Smith en A. C. Hearn, *"A mathematical attack on the reading problem."*

7. *Problem department; book reviews.*

VI. *The Mathematical Gazette*, Vol. XXXIX, No. 328; May, 1955; London.

1. *"An English Schoolmaster looks at American Mathematics Teaching."* The author, mr W. S. Brace, summarises his impressions of a visit to the U.S.A. as follows: Mathematics teaching in the United States is much more like our own than I had expected. Published research is not widely used, and, again contrary to expectations, teaching is rather more formal than in this country. On the other hand, course arrangements are much more flexible, and more students pursue their studies of mathematics to a reasonable level than happens here. Also, as a consequence of arrangements made to make the best use of the varied courses and of the close atmosphere of co-operation between teachers and pupils, studies are generally pursued with a good deal of vitality. However, under existing conditions, the best pupils do not proceed as far as our best pupils with their studies.

2. E. H. Lockwood, *"Incyclic-circumcyclic quadrilaterals."*

3. J. Leech, *"Seven regions maps on a torus"*.

It is well known that any map on a torus can be coloured with seven colours so that no two continguous regions are of the same colour, and that fewer than seven will not suffice as there exist maps of seven regions of which each one abuts on to each other. In this paper all such maps of seven regions are analysed and a simple method of constructing them is given.

4. D. G. Taylor, *"Triangles with common circumcentre and orthocentre."*

5. R. C. Lyness, *"Some considerations of gravity."*

6. In Math. Gazette 36 (1952) 158—166 Dr. Cundy treated a 25-point geometry. Towards the end of it, apparently mindful of the adjunction of a "line at infinity" to the Euclidean plane, he adjoins a line to the 25-point plane and so obtains a geometry of 31 points. In the article *"31-points geometry"* by W. L. Edge the

author reverses that procedure. He starts with the 31-point geometry and thereafter assigns to one of its 31 lines the rôle of the line at infinity. This is after his opinion more in the spirit of Cayley's dictum at the end of his Sixth Memoir on Quantics that "descriptive geometry is all geometry" and metrical geometry only a part thereof.

7. T. N. Moorty, *"Some summation formulae for binomial coefficients."*

8. F. M. Arscott, *"The oscillation of a heavy spring."*

Er zijn 44 bladzijden *"Mathematical Notes"* en *"Reviews"*.

VII*a*. *Paedagogische Studiën*, 32e jaargang, 5de aflevering, Mei 1955; J. B. Wolters — Groningen, Djakarta.

Van belang in deze aflevering is voor ieder onzer een posthume publicatie van prof. Ph. Kohnstamm, getiteld: *„de eigenaard van het Nederlands onderwijsstelsel."* De schr. geeft de betekenis aan, die de schoolstrijd en de oplossing die ervoor is gevonden voor ons volk hebben gehad; hij ziet in het lyceum een eigenaardige, karakteristieke, Nederlandse vorm van voorbereidend hoger en middelbaar onderwijs; hij wijst op de sympathie en aanhang die de Montessori-gedachte, meer nog dan de Dalton-gedachte, in ons land heeft gevonden en wijdt enige aandacht aan de plaats, die het kleuteronderwijs, het nijverheidsonderwijs en het buitengewoon lager onderwijs in het Nederlandse schoolstelsel innemen.

VII*b*. *Paedagogische Studiën*, zevende en achtste aflevering, Juli/Augustus 1955; J. B. Wolters — Groningen, Djakarta.

Drs P. van Iersel O.E.S.A. tracht in: *„De waarde van een doublure in de laagste klassen van een Gymnasium"* aan de hand van een uitgebreid en op statistisch verantwoorde wijze bewerkt cijfermateriaal het effect van het zittenblijven te verifiëren. Bij het onderzoek worden de prestaties van de niet doublerende leerlingen als norm voor de beoordeling der doublerende leerlingen gebruikt. De prestaties van de doublerende leerlingen blijken in het doublurejaar boven de genoemde norm uit te steken, maar de voorsprong gaat in volgende jaren weer verloren. De leerlingen die de derde klasse

doubleren en die uiteraard in de klassen I en II reeds tot de zwakkeren behoren, halen in hun doublurejaar de norm net.

De auteur betreurt, dat er op het gymnasium geen proefnemingen worden gedaan om de doublure-perikelen op te vangen, zoals dat op diverse Haagse hogereburgerscholen wel geschiedt.

Verder bevat de aflevering een artikel van D. L. Daalder: over: *„De nota-Cals en het onderwijsprogram van de Partij van de Arbeid"* en van dr. H. Bongers over: *„Leeszwakte en woordfrequentie"*.

WANSINK.

BOEKBESPREKING.

René Dugas, *La Mécanique au XVIIe siècle. (Des antécédents scolastiques à la pensée classique)*. Editions du Griffon, Neuchâtel. 1954. 620 blz.

Voor enkele jaren verscheen van dezelfde schrijver in dezelfde uitvoering de grote *Histoire de la Mécanique*, waarop ik hier destijds de aandacht mocht vestigen. Hierin werd de historische ontwikkeling van de Mechanica van het allereerste begin af tot in onze eigen tijd behandeld, een uiterst omvangrijke stof, die, ondanks de grote plaatsruimte die de auteur ter beschikking stond (650 blz.), niet overal met de vereiste uitvoerigheid en duidelijkheid besproken bleek te kunnen worden. Het boek liet daardoor, ondanks zijn vele goede eigenschappen, eén ietwat onbevredigende indruk achter: door de grote beknoptheid in de behandeling niet overal voldoend begrijpelijk en toch als naslagwerk weer niet volledig genoeg. Het ziet er wel naar uit, dat de auteur dit bezwaar zelf ook wel gevoeld heeft. Hij wijdt zijn nieuwe boek namelijk aan een gedeelte van het onderwerp van het oude en gaat hierop nu veel dieper in. Het is de ontwikkelingsgeschiedenis van de Mechanica in de belangrijke periode van Galilei tot Leibniz, de tijd waarin de moeizame overgang van het antiek-middeleeuwse tot het nieuwe natuurwetenschappelijk denken heeft plaats gehad. Mechanica is in die tijd de natuurwetenschap bij uitnemendheid; door haar te beoefenen hebben de grote 17e-eeuwse onderzoekers de methode der mathematische physica geschapen, die daarna op steeds meer gebieden toepassing heeft gevonden. Het behandelde onderwerp zal daardoor steeds, hoe zich ook de physica verder moge ontwikkelen, van fundamentele historische betekenis blijven.

De auteur groepeert zijn stof in hoofdzaak om zes grote wetenschappelijke figuren: Galilei, Descartes, Pascal, Huygens, Newton, Leibniz, terwijl in tussenhoofdstukken talrijke geleerden ter sprake komen, die, zonder met de genoemden op een lijn te kunnen worden gesteld, niettemin van historisch belang zijn, zoals Gassendi, Bacon, Boyle, Hooke e.a.

De behandeling is zeer breed opgezet: het nauwe verband waarin de Mechanica in de 17e eeuw tot metaphysica en kosmologie stond, komt overal tot zijn recht. Aan de hand van uitvoerige citaten uit

de werken en de correspondentie der besproken onderzoekers wordt overal de zo gewenste verplaatsing in hun eigen, de moderne lezer soms vreemd aandoende gedachtengang mogelijk gemaakt.

Het is een werk dat aan de hoogste eisen die men aan een wetenschaps-historische uiteenzetting stellen kan, voldoet. De lezing kan dan ook aan ieder die betrouwbare historische voorlichting over de Mechanica (een onderwerp waarover nog steeds veel wanbegrip in omloop is) wenst, zonder voorbehoud worden aangeraden.

Terwijl het werk één wens bevredigt, wekt het een andere op: moge de schrijver op dezelfde wijze ook nog eens de Mechanica in de 18e en in de 19e eeuw behandelen. Zijn eerste boek, dat als algemene orientering steeds een zelfstandige waarde zal behouden, zal daardoor ook voor deze perioden de uitwerking en toelichting kunnen verkrijgen die het behoeft.

E. J. D.

ELFDE CONGRES VAN LERAREN IN DE WISKUNDE EN DE NATUURWETENSCHAPPEN

Op maandag 9 april a.s. zal te Amsterdam worden gehouden het elfde Congres van Leraren in de Wiskunde en de Natuurwetenschappen.

PROGRAMMA

Eerste algemene bijeenkomst

Collegezaal van het Anorganisch Scheikundig Laboratorium, Nieuwe Prinsengracht 126

10.30 u. Opening van het congres door de voorzitter, Dr. JOH. H. WANSINK.
Voordracht door Dr. N. PERQUIN S.J., directeur van het Hoogveld Instituut, Nijmegen.
Onderwerp: Zelfwerkzaamheid.

Sectie Wiskunde

Collegezaal van het Anorganisch Scheikundig Laboratorium, Nieuwe Prinsengracht 126

13.45 u. Voordracht door Prof. Dr. H. FREUDENTHAL, Utrecht.
Onderwerp: Aanvankelijk meetkunde-onderwijs.

14.45 u. Voordracht door Dr. W. J. BOS, leraar aan het Rijnlands Lyceum, Wassenaar.
Onderwerp: Leerboek en zelfwerkzaamheid.

Sectie Natuurkunde

Collegezaal van het Van der Waals-Laboratorium, Nieuwe Achtergracht 129

13.45 u. Voordracht door Dr. P. TEUNISSEN, conservator aan de T.H., Delft.
Onderwerp: Het natuurkunde-practicum aan de T.H. te Delft (Denken door doen).

14.45 u. Voordracht door de Heer E. E. F. ZWEERS, conrector van het Dalton Lyceum, Den Haag.
Onderwerp: Zelfwerkzaamheid in de natuurkunde bij het V.H.M.O.

Sectie Scheikunde

Kleine Collegezaal van het Anorganisch Scheikundig Laboratorium, Nieuwe Prinsengracht 126

13.45 u. Voordracht door Prof. Dr. H. GERDING, Amsterdam.
Onderwerp: Enige opmerkingen over het scheikunde-onderwijs en de scheikunde-studie aan de universiteit.

14.45 u. Voordracht door Dr. J. KONING, rector van het Haagse Montessorilyceum, Den Haag.
Onderwerp: Zelfwerkzaamheid bij het scheikunde-onderwijs in het V.H.M.O.

Sectie Biologie

Collegezaal van het Zoölogisch Laboratorium, Plantage Doklaan 44 (toegang door Artis)

13.45 u. Voordracht door Mevr. C. J. Niekerk-Blom, lerares aan het J. P. Thijsse-Lyceum, Aerdenhout.
Onderwerp: Is dit zelfwerkzaamheid?

14.45 u. Voordracht door Dr. J. C. van der Steen, privaat-docent in de didactiek, wetenschappelijk hoofdambtenaar, Utrecht.
Onderwerp: Is de tijd bij de biologie aan zelfwerkzaamheid besteed, verantwoord?

Tweede algemene bijeenkomst

Collegezaal van het Anorganisch Scheikundig Laboratorium

16.00 u. Voordracht door Prof. Dr. G. Wielenga, Amsterdam.
Onderwerp: Activering van de leerlingen bij het wiskunde-onderwijs.

17.00 u. Sluiting van het congres.

De kosten van deelneming bedragen voor leden van de organiserende verenigingen *f* 3.50, voor anderen *f* 6.—.

Zij, die dit wensen, kunnen deelnemen aan een gemeenschappelijke koffiemaaltijd in het Kon. Instituut voor de Tropen. De kosten bedragen *f* 3.45 (inclusief).

Het congresverslag zal verschijnen in een afzonderlijk nummer van Faraday. Voor de deelnemers is dit nummer verkrijgbaar tegen betaling van *f* 0.50; abonnees op Faraday ontvangen het nummer gratis. Voor niet-deelnemers is het uitsluitend bij de boekhandel verkrijgbaar.

Indien men aan het congres wenst deel te nemen en eventueel de koffiemaaltijd zal gebruiken of het verslag wenst te ontvangen, wordt men verzocht bovengenoemde bedragen gelijktijdig te storten op girorekening 581627, ten name van de penningmeester van het Congres van Leraren in de Wiskunde en de Natuurwetenschappen te Delft, en wel voor 31 maart a.s. Toezending van kaarten en later eventueel van het congresverslag zal dan volgen.

Het adres van de penningmeester is: D. Leujes, Thorbeckestraat 47, Delft.

Namens het Congresbestuur:
P. G. J. Vredenduin, *secretaris*
Bakenbergseweg 158, Arnhem

De congreszalen zijn te bereiken van het Centraal Station met lijn 9 en van het Muiderpoortstation met lijn 11; uitstappen bij Artis.